



جلسه‌ی ۱: مقدمه

نگارنده: سیاوش ریاحی

مدرس: دکتر شهرام خزائی

## ۱ پدیده‌ی تصادفی

در بررسی قوانین حاکم بر پدیده‌ها، اغلب با پیشامدهایی روبرو می‌شویم که وقوع یا عدم وقوع آن‌ها، پیشاپیش مشخص نیست. چنین پدیده‌هایی، در مقابل پدیده‌های مسلّم و یا غیر ممکن قرار دارند که وقوع آن‌ها یا حتمی و یا محال است. مثالی از پدیده‌ی مسلّم، آمدن رعد پس از برق و مثالی از پدیده‌ی غیر ممکن، دستیابی به سرعت‌های بیش از نور است. اما شکسته شدن یک اتم مفروض رادیوم، مسلّم و یا غیر ممکن نیست. ممکن است سال‌ها این اتم به همین شکل باقی بماند و یا در اندک زمانی متلاشی شود. به عنوان مثالی دیگر از چنین پدیده‌هایی، سلامت یک لامپ پیش از تست کردن آن است. ممکن است این لامپ سالم و یا ناسالم باشد، ولی نمی‌توان بدون آزمودن، از سلامت آن مطلع شد.

به پدیده‌هایی که با انجام آزمایش<sup>۱</sup> در شرایط مشخص شده، نتوان نتیجه‌ی آن را (که به آن نتیجه، پیشامد یا برآمد<sup>۲</sup> گویند) پیش از انجام آزمایش با قطعیت تعیین کرد، پدیده‌ی تصادفی می‌گویند.

## ۲ پیشینه‌ی بازی‌های تصادفی

از نظر تاریخی انسان‌ها از زمان‌های دور به بازی‌های تصادفی علاقه داشتند، اما ظهور احتمال به صورت نظریه‌ی ریاضی، نسبتاً جدید است. مصریان قدیم در حدود ۳۵۰۰ سال قبل از میلاد، از چیزی که امروزه به آن قاپ می‌گویند (استخوانی شبیه تاس چهار وجهی که در زانوی پای برخی حیوانات وجود دارد) برای بازی استفاده می‌کردند. تاس شش‌وجهی در حدود سال‌های ۱۶۰۰ بعد از میلاد ساخته شد و از آن به بعد در انواع بازی‌ها به کار برده می‌شود. دسته‌های ورق که برای انوای بازی‌ها استفاده می‌شوند، خیلی جدیدتر از تاس هستند. گفته می‌شود که این کارت‌ها در قرون هفت تا ده در چین، پدیدار شده‌اند. اما در کمال تعجب تا قرن پانزدهم، بررسی علمی بر روی چنین پیشامدهای تصادفی، صورت نگرفته بود.

## ۳ فضای نمونه‌ای

پرتاب یک تاس را در نظر بگیرید، با این که نمی‌دانیم چه عددی پس از پرتاب تاس نمایان می‌شود، ولی انتظار نداریم عدد هشت یا هفده یا هزار نمایان شود. در پرتاب سکه با این که از نتیجه‌ی نهایی (شیر یا خط) آگاه نیستیم، ولی انتظار

<sup>۱</sup> EXPERIMENT  
<sup>۲</sup> OUTCOM

نداریم نتیجه‌ای غیر از شیر یا خط، حاصل شود.

فضای نمونه‌ای: به مجموعه‌ی تمام برآمدهای ممکن برای یک آزمایش، فضای نمونه‌ای<sup>۳</sup> می‌گویند و آن را با  $S$  و یا  $\Omega$  نشان می‌دهند.

مثال ۱ فضای نمونه‌ای آزمایش‌های زیر را بیابید.

۱. پرتاب یک سکه:

$$\Omega = \{H, T\}$$

۲. پرتاب دو سکه:

$$\Omega = \{HH, HT, TT, TH\}$$

۳. پرتاب یک تاس:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

۴. جنسیت نوزاد:

$$\Omega = \{B, G\}$$

تعیین فضای نمونه‌ای برای هر آزمایش، بستگی به خواسته‌ی ما از آن آزمایش دارد. مثلاً اگر در پرتاب تاس، زوج یا فرد بودن حاصل آزمایش اهمیت داشته‌باشد، فضای نمونه‌ای به صورت زیر می‌شود:

$$\Omega = \{O, E\}$$

در تمام مثال‌های فوق، فضای نمونه‌ای متناهی است. حال، مثال‌هایی با فضای نمونه‌ای نامتناهی، می‌آوریم.

مثال ۲ فضای نمونه‌ای آزمایش‌های زیر را بیابید.

۱. پرتاب یک سکه تا آمدن شیر:

$$\Omega = \{H, TH, TTH, TTTH, \dots\}$$

یا می‌توان تعداد پرتاب تا اولین آمدن شیر را در نظر گرفت:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

۲. پرتاب دارت در صفحه‌ای با شعاع واحد:

$$\Omega = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$$

۳. طول عمر یک لامپ:

$$\Omega = \{t \in \mathbb{R} : t \geq 0\}$$

---

<sup>۳</sup>SAMPLE SPACE

۴. زمان رسیدن و تعداد مسافراتوبوسی با ظرفیت ۲۸ نفر که با ۵ دقیقه اختلاف از ۱۱:۳۰ به ایستگاه می‌رسد:

$$\Omega = \{(t, n) | 11:25 \leq t \leq 11:35, 0 \leq n \leq 28\}$$

در تعیین فضای نمونه‌ای، بعضی از حالات خاص را در نظر نمی‌گیریم. به عنوان مثال، مرگ جنین پیش از تولد (در مثال؟؟)، کج ماندن سکه در گل پس از پرتاب و یا به هدف نخوردن دارت (در مثال؟؟) را در نظر نمی‌گیریم. در این گونه موارد می‌توان فرض کرد که آزمایش دوباره تکرار می‌شود. در صورتی که حالات خاص اهمیت داشته باشد، باید آزمایش را با در نظر گرفتن آن حالات و با فضای نمونه‌ای بزرگتری مدل نمود.

## ۴ تعریف احتمال

حال که با پدیده‌های تصادفی و فضای نمونه‌ای آشنا شدیم، می‌خواهیم احتمال را به صورت غیر رسمی تعریف کنیم، ولی پیش از آن باید پیشامد<sup>۴</sup> و رخداد<sup>۵</sup> را تعریف کنیم.

پیشامد: به هر زیرمجموعه‌ای از فضای نمونه‌ای، پیشامد گویند.

رخداد: اگر برآمد آزمایش عضوی از یک پیشامد مفروض باشد، می‌گوییم آن پیشامد رخ داده است.

یک تعریف حسی<sup>۶</sup> از احتمال می‌تواند به صورت زیر باشد:

احتمال: تعیین شانس رخداد یک پیشامد به صورت کمی (معمولاً به شکل درصد یا عددی در بازه‌ی صفر تا یک) را احتمال گویند.

هدف آن است که احتمال را بر اساس اصولی موضوعه، بیان کنیم. هم‌چنین احتمال بیان شده، باید با شهود و مشاهدات ما سازگار باشد. با معنای سازگاری احتمال با شهود و مشاهدات و شیوه‌ی سنجش آن، در جلسات بعد آشنا می‌شویم.

---

<sup>۴</sup> EVENT  
<sup>۵</sup> OCCURRENCE  
<sup>۶</sup> PROBABILITY