



جلسه‌ی ۴: اتوماتای محدود غیرقطعی

نگارنده: معین زمانی

مدیر: دکتر شهرام خزائی

۱ مقدمه

تا کنون اتوماتاهایی رو که بررسی کرده‌ایم همگی قطعی^۱ بوده‌اند. منظور از قطعی بودن این است که در هر لحظه با گرفتن یک حرف از ورودی به یک حالت می‌رویم. اتوماتای محدود غیر قطعی، که به اختصار آنها را NFA^۲ می‌نامیم، دارای این توانایی است که در هر لحظه با خواندن یک حرف از ورودی به هر زیر مجموعه‌ای از حالات گذار کند.

۲ تعریف اتوماتای محدود غیر قطعی

تعریف ۱ یک NFA یک پنج‌تایی مرتب به شکل زیر است

$$D = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

که:

Q ، مجموعه‌ای متناهی از حالت‌ها^۵ است؛

Σ ، یک الفبای محدود است؛

δ که $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$ تابع انتقال حالت^۶ است؛

q_0 که $q_0 \in Q$ حالت آغازین است؛

F که $F \subseteq Q$ مجموعه‌ی حالت‌های نهایی است.

مثال ۱ NFA ای طراحی کنید که رشته‌هایی را که به ۱ ختم می‌شوند را تشخیص دهد.

برای این NFA سه حالت در نظر می‌گیریم. حالت اولیه حالت شروع است، اتوماتا با خواندن هر حرف به این حالت باز می‌گردد. در زمانی که تنها دو حرف در رشته باقی مانده است و حرف یکی مانده به آخر^۷ است اتوماتا به حالت تغییر حالت می‌دهد و سپس با خواندن آخرین ۱ به حالت نهایی^۸ انتقال حالت می‌دهد و رشته را می‌پذیرد. در صورتی که رشته‌ی ورودی شرایط مورد نظر را نداشته باشد اتوماتا به یک حالت مرده^۹ می‌رود و از آن خارج نمی‌شود.

^۱deterministic

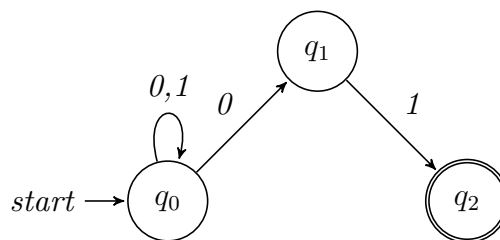
^۲non-deterministic finite automata

^۵states

^۶transition function

^۷dead state

		0	1
→	q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
	q_1	ϕ	$\{q_2\}$
*	q_2	ϕ	ϕ



۳ زبان یک NFA

تعریف ۲ (غیر رسمی^۴) یک NFA دنباله‌ی ورودی $w = a_0 a_1 \dots a_n$ را می‌پذیرد اگر مسیری داشته باشیم که:

- از حالت آغازین شروع شود،
- به یکی از حالت‌های نهایی ختم شود،
- و دنباله‌ی یال‌های مسیر، دارای برچسب حرف‌های دنباله باشند.

برای رسمی^۵ کردن تعریف بالا، ابتدا نیاز است که تابعی مانند تابع انتقال حالت تعمیم یافته در DFA را برای NFA تعریف کنیم.

تعریف ۳ تابع انتقال حالت بسط یافته^۶ در NFA، که آن را مانند تابع نظیرش در DFA با $\hat{\delta}$ نمایش می‌دهیم، تابعی با تعریف بازگشتی که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\hat{\delta} : Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$$

$$\hat{\delta}(q, \epsilon) = q$$

$$\forall a \in \Sigma \wedge x \in \Sigma^* \Rightarrow \hat{\delta}(q, xa) = \cup_{s \in \hat{\delta}(q,x)} \delta(s, a)$$

با استفاده از این تابع می‌توان گفت یک NFA رشته‌ی w را می‌پذیرد اگر و فقط اگر $\hat{\delta}(q_0, w) \cap F \neq \phi$. حال با استفاده از این تابع، یک تعریف رسمی از زبانی که یک NFA می‌پذیرد ارائه می‌دهیم.

تعریف ۴ زبان NFA $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ را، که با $L(N)$ نمایش می‌دهیم، به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$L(N) = \{w \mid \hat{\delta}(q_0, w) \cap F \neq \phi\}$$

روش ساخت زیر مجموعه‌ای و مثال شطرنج سه‌درسه اضافه شود ...

^۴informal

^۵formal

^۶extended transformation function