

در مسایل زیر همه فضاهای برداری متناهی البعد هستند.

۱) تابعکهای خطی $\phi_1, \phi_2 \in V^*$ ، بردارهای $u_1 \in \ker \phi_1$ و $u_2 \in \ker \phi_2$ و ترابرهایی غیر همانی $T_{\phi_1, u_1}, T_{\phi_2, u_2} \in SL(V)$ را در نظر می گیریم.

(الف) یک شرط لازم و کافی مناسب برای اینکه این دو ترابر با هم جابجا شوند بیابید.

(ب) یک شرط لازم و کافی مناسب برای اینکه حاصلضرب این دو ترابر، ترابر شود بیابید.

(ج) یک شرط لازم و کافی مناسب برای اینکه این دو ترابر در حالت $\dim V = 2$ در $SL(V)$ مزدوج باشند بیابید.

۲) فرض کنید (V, ω) یک فضای دوخطی متناوب از بعد 4 روی یک میدان متناهی q عضوی F باشد.
الف) تعداد زوجهای هذلولوی در V را بیابید.

(ب) مرتبه گروه $SP(V)$ را محاسبه کنید.

(ج) تعداد ترابرهایی سیمپلکتیک روی V را محاسبه نمایید.

(د) تعداد زیرفضاهای تماما ایزوتروپ 2 بعدی V را محاسبه کنید.

(ه) تعداد زیرفضاهای دو بعدی ناتبهگون V را محاسبه کنید.

۳) الف) در حد ایزومتری چند فرم دو خطی متقارن ناتبهگون از بعد 5 روی \mathbb{R} موجود است؟

ب) در حد ایزومتری چند فرم دو خطی متقارن و ناتبهگون از بعد 5 روی یک میدان متناهی q عضوی از مشخصه مخالف 2 وجود دارد؟

۴) صورت قضیههای حذف، تجزیه و گسترش ویت را نوشته و یکی از آنها را به دلخواه اثبات کنید.

۵) نشان دهید بعد هر دو زیرفضای تماما ایزوتروپ ماکسیمال از یک فضای دوخطی متقارن روی یک میدان از مشخصه مخالف 2 یکسان است.

موفق باشید