

به نام خدا

تاریخ پنجشنبه ۲۰ فروردین ۱۳۸۸

امتحان میان ترم
مدت: ۳ ساعت

ریاضی عمومی ۲

۱ بردار $v = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$ را به صورت ترکیب خطی بردارهای $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ بنویسید. (۶ نمره)

۲ یک پایه متعامد یکه برای فضای خطی تعریف شده به وسیله معادله $x + y + z = 0$ در \mathbb{R}^3 پیدا کنید. (۶ نمره)

۳ $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ تبدیل خطی است که هر نقطه را نسبت به مبدا مختصات به اندازه 30° در جهت پادساعتگرد دوران می دهد. $U: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ تبدیلی است که هر نقطه را نسبت به محور y ها انعکاس می دهد.
الف) آیا $T \circ U = U \circ T$ ؟ (۲ نمره)
ب) ماتریس استاندارد تبدیل خطی $T \circ U$ را پیدا کنید. (۲ نمره)
ج) آیا $T \circ U$ یک تبدیل خطی متعامد است؟ (۲ نمره)

۴ u و v دو بردار در \mathbb{R}^n هستند به طوری که $|u| = 3$ ، $|u + v| = 4$ ، $|u - v| = 6$. مقدار $|v|$ را پیدا کنید. (۶ نمره)

۵ $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ تبدیل خطی تعریف شده به وسیله $T(x, y, z) = (x + y - z, 2y + z, x + y + 3z)$ است.
الف) رتبه T را به دست آورید. (۳ نمره)
ب) حجم متوازی السطوح تشکیل شده به وسیله $T(e_1)$ ، $T(e_2)$ و $T(e_3)$ را به دست آورید که در اینجا $\{e_1, e_2, e_3\}$ پایه استاندارد \mathbb{R}^3 است. (۳ نمره)

۶ خم $\gamma(t) = (\cos(t), \cos(t), \sqrt{2} \sin(t))$ داده شده است.
الف) طول این خم را از ۰ تا t به دست آورید. (۵ نمره)
ب) این خم را بر حسب طول پرمایش کنید. (۵ نمره)
ج) انحنا و تاب γ را در هر نقطه پیدا کنید. (۱۰ نمره)

موفق باشید