

۱. برای تابع $f(x, y) = (x^2 - 1)^2 + (y^2 - 1)^2$

الف) همه نقاط ماکزیمم موضعی، مینیمم موضعی و زینی را مشخص کنید. (۵ نمره)
 ب) در نقطه $(2, 3)$ بردار یکه‌ای را معرفی کنید که تابع f در جهت آن بیشترین افزایش را داشته باشد. (۲ نمره).

ج) معادله صفحه مماس بر نمودار این تابع را در نقطه $(2, 3)$ بدست آورید. (۳ نمره).

۲. رابطه زیر بین سه متغیر x و y و z داده شده است. مقداری تقریبی برای z بیابید که نقطه $(z, -0.2, 0.1)$ در این رابطه صدق کند. ($x = 0.1$ و $y = -0.2$). (۱۰ نمره)

$$ze^{-(x+y)} + y^2 z^5 + 2x - y + z = 0$$

۳. بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x, y, z, w) = xw - yz$ روی گوی $x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 1$ چقدر است و در چه نقاطی حاصل می‌شود. (۱۰ نمره)

۴. فرض کنید $u = x^2 - y^2$ و $v = xy$. برای تابع دلخواه $z = f(x, y)$ که خارج از مبدأ تعریف

شده است عبارت $z_{xy} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ را بر حسب مشتقات z نسبت به متغیرهای u و v بدست آورید. (۱۰ نمره)

۵. انتگرال زیر را محاسبه کنید (dA عنصر سطح است). (۱۰ نمره)

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{y^2 - x^2}} dA \quad D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq y \leq 1\}$$

۶. فرض کنید $f(x, y, z) = (x^2 + x - y, y^2 + y + x, z^2 + z)$ (می‌دانیم f یک به یک

است). حجم تصویر مکعب زیر توسط f چقدر است. (۱۰ نمره)

$$B = \{(x, y, z) : 0 \leq x, y, z \leq 1\} = [0, 1]^3$$