

## تمرین درس موج - شماره ۳

زمان تحویل: ۱۸ فروردین

سوال ۱. الف. نشان دهید که ماتریس  $K$  نرمال است.  
(۱۰ نمره)

ب. نشان دهید در یک مجموعه نوسانگرهای متصل که هدر رفت انرژی برای هر نوسانگر متفاوت است و ماتریس ظریب هدر رفت (ماتریس قطری که از لیست ظریب هدر رفت برای نوسانگرهای مختلف ایجاد شده است) با  $K$  جابجا نمی شود، نمی توان نرمال مد ها را همیشه به شکل خوش تعریفی پیدا کرد. (راهنمایی: نشان دهید ماتریس دینامیک مربوطه، نرمال نیست).  
(۱۵ نمره)

سوال ۲. برای سیستم نوسانگر هماهنگ که هدر رفت انرژی با ظریب  $\Gamma$  دارد، می توان کمیتی به نام ظریب  $Q = \frac{\omega_0}{\Gamma}$  تعریف کرد که خصوصیت مهمی از نوسانگر را نشان می دهد. در این مسئله می خواهیم به این خصوصیت و کمیت پردازیم.

الف. نمودار توان میانگین هدر رفت انرژی را برای مقادیر مختلفی از  $Q$ -factor رسم کنید. فرکانس طبیعی نوسانگر را  $\omega_0 = 1$  در نظر بگیرید و مقادیر ۲، ۱، ۰/۱، ۰/۰۰۱،  $\Gamma =$  را امتحان کنید. با توجه به نتیجه این نمودارها،  $Q$ -factor چه چیز را نشان می دهد؟  
(۱۵ نمره)

ب. نسبت بین انرژی نوسانگر و متوسط انرژی هدر شده در یک چرخه را محاسبه کنید و رابطه آن را با  $Q$ -factor بدست آورید.  
(۲۰ نمره)

سوال ۳. آونگ دو تایی: آونگی را در نظر بگیرید که از دو جرم تشکیل شده که اولی به سقف متصل است و دومی به آونگ اول. جرم ها را  $m_1, m_2$  در نظر بگیرید.  
الف. الف. در حالت کلی و در شرایطی که هدر رفت انرژی قابل صرف نظر کردن است، فرکانس ها و نرمال مد های سیستم را بدست آورید. (۱۰ نمره)

ب. برای شرایطی که آونگ اول در حالت تعادل و آونگ دوم به زاویه کوچک  $\theta_1$  از راستای عمودی منحرف شده، شرایط اولیه را مشخص کنید و معادله مکان دو نوسانگر را بدست آورید. جرم های نوسانگرها را به ترتیب ۱ و ۲ کیلو در نظر بگیرید. نمودار فضای فاز حرکت نوسانگر اول را در این حالت رسم کنید. (۱۵ نمره)

ج. آیا می توان شرایط اولیه ایی را بدست آورید که آونگ اول ثابت باشد و آونگ دوم حرکت کند.  
(۵ نمره)

د. شرایط اولیه ایی را مشخص کنید که در آن نوسانگر اول فقط با یک فرکانس نوسان می کند. (هر دو شرط را) (۱۰ نمره)