(۵-الف) فرض کنید $\alpha \in \mathbb{C}$ یک ریشه ساده $p_0+p_1z+\dots+p_nz^n=0$ است $(p_n\neq 0)$. نشان دهید همسایگی باز U شامل α و همسایگی باز V حول p_j (j: یکی از اندیس‌ها) وجود دارند و تابع هلومورف $h:V\to U$ که به ازای هر $v\in V$، $h(v)$ تنها ریشه $p_0+p_1z+\dots+p_nz^n=0$ در U است و $h(p_j)=\alpha$.

(راهنمایی: می‌توان از قضیه روشه استفاده کرد) [مطلب بالا هم درست است]

(۵-ب) در مورد تابع پیمانه‌ای $\lambda(\tau)=\frac{e_3-e_2}{e_1-e_2}$ مطرح شده در کلاس، نشان دهید مثلث محصور به خطوط است $x=0$، $x=1$ و نیم‌دایره $(x-\frac{1}{2})^2+y^2=\frac{1}{4}$، $(y>0)$ یک بار تحت λ نیم‌صفحه بالا را می‌پوشاند.

(۶) تمرین: نوار $S=\{z\in\mathbb{C} \mid -\frac{\pi}{2}<\operatorname{Re} z<\frac{\pi}{2}\}$ را در نظر بگیرید و فرض کنید f تابعی پیوسته روی بستار S است که روی S هلومورف هم باشد و $|f(z)|\leq 1$ وقتی $z=\pm 1$. اگر به علاوه $C>0$ و $0<\alpha<1$ موجود باشند که

$$(*) \qquad \forall z\in S: \ |f(z)|\leq \exp(Ce^{\alpha|\operatorname{Im} z|})$$

نشان دهید $|f(z)|\leq 1$ برای هر $z\in S$ برقرار است. مثالی بیاورید که $(*)$ برقرار نباشد و حکم نقض شود.

راهنمایی: نوار S را با خطوط $y=\pm K$ قطع کنید و رفتار تابع $f_\epsilon(z)=f(z)e^{-\epsilon\cos\beta z}$ را به ازای $\epsilon>0$ و $\alpha<\beta<1$، در داخل نوار محدود شده بررسی کنید. سپس ϵ را به صفر میل دهید. این تمرین از صورت‌های قضیه Phragman-Lindelöf است.