



جلسه‌ی ۹: ویژگی‌های زبان‌های منظم

نگارندگان: بهار خلیقی‌نژاد، امیر قائمی

مدرس: دکتر شهرام خزائی

۱ تساوی‌های جبری برای عبارات‌های منظم

برخی تساوی‌های جبری که می‌تواند به ما در ساده‌سازی عبارات‌های منظم کمک کند به شرح زیر است:

- $(R^*)^* = R^*$
- $(\epsilon + R)^* = R^*$
- $(R^*)^* = R^*$
- $R + R^* = R^*$
- $RR^* = R^+$

۲ ویژگی‌های زبان‌های منظم

در این جلسه ویژگی‌های زبان‌های منظم را به اختصار معرفی می‌کنیم که عبارتند از:

- لم تزریق
- ویژگی‌های بستاری
- ویژگی‌های تصمیمی

در این جلسه ویژگی‌های ذکر شده به اختصار مطرح می‌شود و در جلسه‌ی آینده به طور کامل شرح داده خواهند شد.

۱.۲ لم تزریق

برای نشان دادن یک زبان منظم راهکارهای متفاوتی وجود دارد مانند استفاده از DFA و RE ولی الزاما هر زبانی منظم نیست و تنها زبان‌های منظم را می‌توانیم به صورت عبارت منظم بنویسیم. برای آن که متوجه شویم که یک زبان منظم است یا نه راهکاری به نام لم تزریق^۱ وجود دارد. با استفاده از لم تزریق می‌توان ثابت کرد که یک زبان منظم نیست.

^۱Pumping Lemma

۲.۲ ویژگی‌های بسته بودن

ویژگی‌های بسته بودن^۲ ویژگی‌هایی هستند که با استفاده از آن می‌توانیم زبان‌های منظم جدیدی را با استفاده از عملگرها تشکیل دهیم. به عنوان مثال عملگر اجتماع دو زبان منظم یک زبان منظم دیگر می‌شود.

۳.۲ ویژگی‌های تصمیمی

ویژگی‌های تصمیمی^۳ سوال‌هایی است که درباره‌ی یک اتوماتا یا یک زبان می‌توانیم بپرسیم که در زیر نمونه‌ای از آن‌ها را مشاهده می‌کنید.

۱.۳.۲ مساله عضویت

آیا رشته‌ی w متعلق به زبان L است؟

۲.۳.۲ مساله تهی بودن

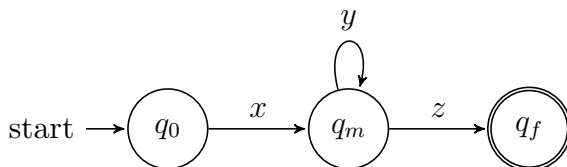
آیا زبان L تهی است؟ برای پاسخ به این سوال باید به این سوال جواب داد که آیا مسیری در اتوماتای A که زبان L را می‌پذیرد وجود دارد که ما را از یک حالت آغازین به یک حالت پایانی برساند؟

۳.۳.۲ مساله متناهی بودن

آیا در زبان L تعداد محدودی رشته وجود دارد؟ برای پاسخ به سوال ذکر شده دو راهکار یا لم وجود دارد:

لم ۱ اگر DFA دارای n حالت باشد و رشته‌ای با طول n یا بیشتر را بپذیرد آنگاه زبان DFA نامتناهی است.

برهان. فرض کنید w رشته‌ای باشد با طول حداقل n که DFA می‌پذیرد. این رشته مسیری با طول حداقل n را مشخص می‌کند که از حالت آغازین شروع می‌شود و به حالت پایانی خاتمه می‌یابد. مسیر با طول حداقل n دارای حداقل $n + 1$ حالت است، پس طبق اصل لانه‌ی کبوتری حالتی مانند q وجود دارد که در این مسیر ۲ بار آمده است. به عبارت دیگر رشته‌ی w به صورت $w = xyz$ می‌باشد که $y \neq \epsilon$ ، به طوری که با پردازش پیشوند x از حالت آغازین به حالت q می‌رسیم و y رشته‌ای است که پس از پردازش آن با شروع از q دوباره به خود q رسیده‌ایم. پسوند z رشته‌ای است که ما را از حالت q به حالت نهایی برده است.



واضح است که تمام رشته‌های xy^kz که k عددی طبیعی است مورد قبول DFA می‌باشد. از آنجایی که $y \neq \epsilon$ است، تمام این رشته‌ها متفاوت هستند و لذا تعداد آنها نامتناهی است.

■

^۲Closure Properties

^۳Decision Properties

لم ۲ اگر رشته ای با طول n یا بیشتر در زبان L (که DFA ی معادلی با n حالت دارد) وجود داشته باشد آنگاه رشته ای با طول بین n و $2n - 1$ نیز دارد.

اثبات لم ۲ در جلسه ی آینده توضیح داده خواهد شد.