

عناوین مباحث درس توپولوژی ۱

دانشکده علوم ریاضی	نمره دانشجو از موارد زیر بدست می‌آید.
دانشگاه صنعتی شریف	۱- ۳ نمره تمرین (در طول ترم)
رسول رمضانیان	۲- ۵ نمره میان ترم (هفته اول اردیبهشت)
	۳- ۱۲ نمره پایان ترم

۱. مفاهیم اولیه

۱-۱ توپولوژی چیست؟

هندسه مطالعه خواصی از اشیا است که در اثر انتقال، دوران، (و تجانس) تغییر نکنند. یک مثلث متساوی اضلاع تحت هر سه تبدیل فوق یک مثلث متساوی اضلاع باقی می‌ماند. توپولوژی (هندسه لاستیکی) مطالعه خواصی از اشیا است که در اثر پیچاندن، خم کردن، فشردن و کشیدن تغییر نکند.

۲-۱ مجموعه‌های باز:

اگر از فاصله در فضاهای متریک صرف‌نظر کنیم هنوز با مجموعه‌های باز می‌توان مفاهیم و ویژگی‌های چون پیوستگی یک تابع، فشرده بودن یک زیر مجموعه فضای متریک و همبند بودن آن بررسی کرد. توپولوژی مجموعه-نقطه به این می‌پردازد که تنها با در نظر گرفتن یک دسته زیر مجموعه از یک فضا، به عنوان مجموعه‌های باز با خواصی معین، تا کجا می‌توان مفاهیمی چون پیوستگی، همگرایی، همبندی، همبندی مسیری، فشردگی، فشردگی دنباله‌ای، تفکیک پذیری، جهت‌پذیری و... را شرح داد.

۱-۳-۱ تعریف فضای توپولوژی، مثال‌هایی از فضای‌های توپولوژی (فضای کانتور و فضای بیر (از آنالیز ساختی)، توپولوژی ترتیبی). ۲- همسایگی، ۳- پایه و زیر پایه، ۴- مجموعه‌های بسته و بسته، ۵- فضاهای هاسدورف

۱-۴ پیوستگی و همسانریختی

۱- ویژگی‌هایی از فضاهای توپولوژی که تحت همسانریختی حفظ می‌شوند همان ویژگی‌هایی هستند که در اثر پیچاندن، خم کردن، فشردن و کشیدن تغییر نمی‌کنند. ۲- نگاشت باز و بسته.

۲- ساختن فضاهای توپولوژی:

چگونه از روی یک یا چند فضای توپولوژی، فضای توپولوژی جدیدی تولید کنیم.

۲-۱ توپولوژی حاصلضرب: چگونه با داشتن دو دایره یک چنبره بسازیم.

۲-۲ توپولوژی زیر فضا

۲-۳ توپولوژی خارج قسمت: چگونه با داشتن فضای توپولوژی مستطیل، فضای توپولوژی استوانه، چنبره و نوار موبیوس را تولید کنیم. چگونه با داشتن یک استوانه بطری کلاین تولید کنیم.

۲-۴ توپولوژی تصویری: فضاهای تصویری حقیقی، فضاهای تصویری مختلط

۳- فشردگی

- ۱-۳ تعریف فشردگی (پوشش باز و زیر پوشش متناهی)
- ۲-۳ فشردگی در فضاهای متریک (قضیه لیگ)
- ۳-۳ فشردگی و نگاشت پیوسته
- ۴-۳ فشردگی و پیوستگی یکنواخت
- ۵-۳ فشردگی دنباله‌ای
- ۶-۳ فشردگی موضعی
- ۷-۳ فشردگی سازی یک نقطه‌ای
- ۸-۳ فشردگی شمارا و فضاهای لیندلف
- ۹-۳ انواع فشردگی و ساختن فضاهای توپولوژی خارج قسمت، حاصلضرب و زیرفضا (آیا فشردگی در فضاهای ساخته شده حفظ می‌شود) (آیا فشردگی خاصیتی موروثی است)

۴- همبندی

- ۱-۴ تعریف همبندی و مولفه‌های همبندی، فضاهای کلا ناهمبند، همبندی و مرز
- ۲-۴ همبندی و نگاشت پیوسته (خاصیت مقدار میانی، چاقو و برش یک کیک نامنظم به دو قسمت مساوی)
- ۳-۴ همبندی مسیری
- ۴-۴ همبندی موضعی
- ۵-۴ انواع همبندی و همسانریختی، چه فضاهایی به خاطر تفاوت در نوع همبندی نمی‌توانند همسانریخت باشند
- ۶-۴ انواع همبندی و ساختن فضاهای توپولوژی خارج قسمت، حاصلضرب و زیرفضا (آیا همبندی خاصیتی موروثی است)

۵- اصول تفکیک پذیری

- ۱-۵ فضاهای جداپذیر نوع اول (دارای زیر مجموعه چگال شمارا)، فضاهای جداپذیر نوع دوم (دارای پایه شمارا)
- ۲-۵ جداپذیری و نگاشت‌های پیوسته
- ۳-۵ جداپذیری و ساختن فضاهای توپولوژی خارج قسمت، حاصلضرب و زیرفضا
- ۴-۵ ویژگی‌های $T1$ و $T2$
- ۵-۵ فضاهای منظم $T3$ و فضاهای تیخونوف
- ۶-۵ فضاهای نرمال
- ۷-۵ فضاهای متریک نرمال هستند آیا عکس این موضوع نیز برقرار است؟
- ۷-۵ لم اورپسون
- ۸-۵ قضیه گسترش

۶- همگرایی

- فشردگی دنباله‌ای و فشردگی در فضاهای متریک مفاهیم یکسانی هستند اما در فضاهای توپولوژی اینگونه نیست. در اینجا به ابردنباله‌ها با نام فیلتر و شبکه نیاز داریم.
- ۱-۶ تعریف فیلتر
 - ۲-۶ ابردنباله فیلتر و مفهوم همسایگی
 - ۳-۶ ابردنباله فیلتر و فشردگی
 - ۴-۶ ابردنباله فیلتر و پیوستگی
 - ۵-۶ ابردنباله کوشی فیلتر

۷- اصول شمارایی

۱-۷ فضاهای شمارا نوع اول (جایی که نیازی به ابردنباله‌ها نیست)

۲-۷ پایه موضعی شمارا

۳-۷ فضاهای شمارا نوع دوم

۴-۷ رابطه فضاهای جداپذیر با فضاهای شمارا نوع اول و نوع دوم

۵-۷ قضیه لیندلف: در فضاهای شمارا نوع دوم هر پوشش باز دارای یک زیر پوشش شمارا است

۸- قضیه تیخونوف

۱-۸ چرا قضیه تیخونوف باید یک بخش باشد؟

۲-۸ مثال‌هایی از فضاهای حاصلضرب نامتناهی

۹- متری سازی

۱-۹ چه فضاهای توپولوژی متریک پذیر هستند. قضیه متری سازی

۲-۹ همگرایی نقطه‌وار و همگرایی یکنواخت توابع

۱۰- اصل پیوستگی بروار برای توابع ساختی

۱-۱۰ ماشین تورینگ

۲-۱۰ توابع محاسبه پذیر

۳-۱۰ هر تابع ساختی (محاسبه پذیر) پیوسته است.