

فصل دوم: معرفی همگرایی گرانشی

سهراب راهوار

دانشکده‌ی فیزیک دانشگاه صنعتی شریف

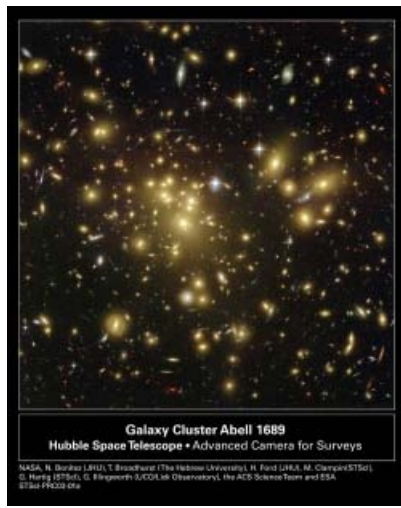
اسفند ۱۳۸۵

چکیده: در این همگرایی گرانشی به عنوان یکی از ابزارهای مهم در کیهان‌شناسی برای مطالعه توزیع ماده در مقیاس کهکشانی و کیهانی معرفی خواهد شد. قسمت عمده بحث این فصل در مورد ریزهمگرایی گرانشی و کاربرد آن در کشف ماده تاریک و ستارگان کم سو در کهکشان است. کاربردهای اختر فیزیکی از قبیل نورسنجی دیفرانسیلی جو ستارگان و کشف سیارت فرازمینی در این فصل معرفی خواهد شد.

۱ محاسبات تئوری ریز همگرایی گرانشی

همگرایی گرانشی به طور تئوری بعد از معرفی متریک شوارزشیلد بررسی شد [۲، ۱]. در دهه ۷۰ میلادی اولین همگرایی گرانشی توسط والش رصد شد و بعد از آن این شاخه از نجوم رصدی به یکی از ابزارهای مهم در بررسی اجرام کیهانی تبدیل شده است [۳]. در نهایت پاپینسکی پیشنهاد همگرایی ستاره-ستاره را در دوران کهکشان پیشنهاد کرد. بعد از آن آزمایش‌های متعددی مشغول این نوع رصد شده‌اند.

تمرین: ”با استفاده از مکانیک نیوتنی نشان دهید میزان خمیدگی نور تابیده به جسمی به جرم M برابر است با: $\alpha = \frac{2GM}{c^2 b}$ به طوری که b کوتاه‌ترین فاصله نور تا جسم است. ” در نسبیت عام زاویه انحراف نور برای پرتو نور عبوری از کنار یک جرم دو برابر مقدار داده شده در مکانیک نیوتنی است. با توجه به انحراف نور داده شده می‌توان محل تصویر حاصل از منبع را بر حسب پارامترهای هندسی مسئله به دست آورد. همگرایی گرانشی

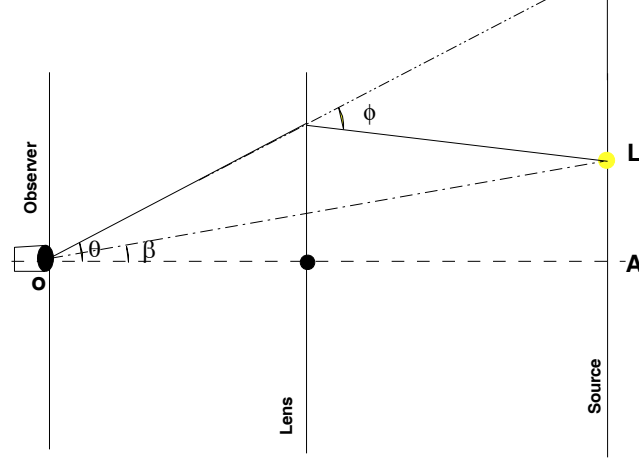


شکل ۱: همگرایی گرانشی در مقیاس کیهانی

را می توان به سه دسته ی (الف) همگرایی گرانشی قوی به طوری که تصویر منبع در این نوع همگرایی به دلیل انحراف شدید نور کاملاً تغییر کرده و برای نمونه تصویر یک منبع دایروی به صورت کمان ظاهر می شود (ب) همگرایی گرانشی ضعیف: در این نوع همگرایی تصویر منبع در اثر انحراف پرتوهای نوری کمی کشیده می شود (ج) ریزهمگرایی گرانشی: این نوع همگرایی گرانشی در مقیاس های کهکشانی توسط ستارگان رخ می دهد و به دلیل زاویه ی جدایی کم در تصاویر تشکیل شده، عملاً تلسکوپ های زمینی قادر به تفکیک تصاویر نخواهند بود. در این نوع همگرایی گرانشی با گذر یک ستاره و یا ماچواز کنار خط دید ناظر-چشمه، نور ستاره ی زمینه همگرا شده و اثر آن به صورت تقویت نور ستاره زمینه خواهد بود. شکل (۶) نمونه ای از همگرایی گرانشی رصد شده در مقیاس کیهانی را نشان می دهد.

با توجه به زاویه انحراف کم در همگرایی گرانشی، در محاسبه مسیر پرتو نور در همگرایی گرانشی، می توان با تقریب خوب این انحراف را با شکسته شدن پرتو نور نشان داد. شکل (۷) پرتو نور را قبل و بعد از شکست نشان می دهد. پایستگی اندازه ی حرکت زاویه ای در گرانش همواره تضمین می کند پرتو نور در صفحه چشمه-عدسی-ناظر قرار گرفته و از آن خارج نشود. از طرف دیگر پرتوهای چشمه، خارج از این صفحه نیز با توجه به حرکت پرتو بر روی صفحه حامل بردار سرعت اولیه پرتو و خط واصل چشمه-عدسی هیچ وقت به ناظر نخواهند رسید. از نظر ریاضی شکست نور در مجاورت عدسی را می توان به یک نگاهت ۲ به ۱ از صفحه عدسی به صفحه ی چشمه دانست به طوری که یک نگاهت از صفحه بالای خط واصل ناظر-عدسی و دیگری از نیمه پایین این خط می باشد. یکی از اهداف آزمایش های همگرایی گرانشی به دست آوردن محل تصویر با توجه به موقعیت منبع و یا بلعکس می باشد.

با توجه به شکل (۷) رابطه ی $\overline{AB} = \overline{AL} + \overline{BL}$ را می توان بر حسب زاویه مشاهده ی



شکل ۲: انحراف نور ستاره در مجاورت عدسی گرانشی

چشمه و تصویر با جاگذاری $\overline{LB} = D_{ls}\phi$ و $\overline{AB} = D_{os}\theta$ ، $\overline{AL} = D_{os}\beta$ به صورت زیر نوشت:

$$\theta = \beta + \frac{D_{ls}}{D_{os}}\phi, \quad (1)$$

به طوری که زاویه انحراف با استفاده از محاسبات نسبیت عامی برابر $\phi = 4GM/b$ است. برای $b = D_{ol}\theta$ معادله (۱) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\theta^2 = \theta\beta + \theta_E^2. \quad (2)$$

به طوری که زاویه مشخصه شعاع انشتین به صورت $\theta_E^2 = 4GM \frac{D_{ls}}{D_{ol}D_{os}}$ تعریف می شود و حل معادله ی فوق به صورت زیر است:

$$\theta = \frac{1}{2}(-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}) \quad (3)$$

این معادله دو جواب را برای تصویر به دست می دهد که نشان دهنده دو تصویر برای عدسی گرانشی است. فاصله بین تصاویر برابر است با:

$$\Delta\theta = \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2} \quad (4)$$

کمینه ی فاصله دو تصویر برای حالتی است که چشمه در راستای ناظر به عدسی قرار گرفته باشد در این صورت به دلیل تقارن از خطِ واصل ناظر-عدسی-چشمه، بی نهایت صفحه می توان عبور داد و نتیجه بی نهایت تصویر در شعاعی برابر با حلقه انشتین $\Delta\theta = 2\theta_E$ تشکیل می شود. جواب به دست آمده از این معادله نشان می دهد، همواره یکی از تصاویرها در داخل و دیگری خارج از شعاع انشتین خواهد بود. برای $\beta \rightarrow \infty$ ، یکی از تصاویر بر روی چشمه و تصویر دوم نزدیک عدسی تشکیل می شود. در حالتی که

چشمه و عدسی در کهکشان قرار گرفته باشند زاویه‌ی انشتین که زاویه مشخصه‌ی بین تصاویر را به دست می‌دهد قابل محاسبه است. برای این منظور زاویه انشتین را به صورت تقسیم شعاع شوراتشیلد در یک طول مشخصه به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\theta_E^2 = 2 \frac{a_s}{D} \quad (5)$$

به طوری که $a_s = 2GM/c^2$ شعاع شوراتشیلد و $D = D_{ol}D_{os}/D_{ls}$ می‌باشد. برای مقیاس کهکشانی با قرار دادن جرم خورشید به صورت عدسی در مقیاس کیلوپارسک مقدار زاویه‌ی انشتین برابر با $\theta \simeq 1 \text{ mas}$ به دست می‌آید. بنابراین زاویه بین تصاویر تشکیل شده به دلیل همگرایی گرانشی که از این مرتبه است، با تلسکوپ‌های زمینی قابل مشاهده نیست. از طرف دیگر در مقیاس کیهانی، با قرار دادن یک کهکشان با جرم $M = 10^{11} M_\odot$ به صورت عدسی در مقیاس‌های 100 Mpc ، زاویه‌ی انشتین از مرتبه $\theta_E \simeq 10 \text{ as}$ بنابراین تلسکوپ‌های روی زمین قادر به رصد همگرایی گرانشی در مقیاس کیهانی خواهند بود. با تبدیل زاویه انشتین به شعاع انشتین، می‌توان ابعاد ساختار به عنوان عدسی را با طول مشخصه عدسی (شعاع انشتین) مقایسه کرد. در مقیاس کهکشانی برای شعاع انشتین داریم $R_E = \theta_E \times Kpc \simeq 1 \text{ AU}$ و برای فواصل کیهانی $R_E \simeq 10 \text{ kpc}$ به دست می‌آید. بنابراین با توجه به بزرگ بودن شعاع انشتین نسبت به ابعاد خود عدسی در مقیاس کهکشانی، نور ستاره‌ی همگرا شده توسط عدسی سد نمی‌شود. در حالی که در مقیاس کهکشانی این اتفاق می‌تواند رخ دهد بدین معنی که در صورت هم راستا بودن ناظر-عدسی-چشمه، شعاع انشتین از مرتبه خود کهکشان بوده، بنابراین در این حالت تلسکوپ‌های با تفکیک بالا مانند تلسکوپ هابل برای مجزا کردن نور کهکشان و تصویرهای همگرایی گرانشی لازم است.

یکی دیگر از اختلاف‌های همگرایی گرانشی در مقیاس کیهانی و کهکشانی، ایستا بودن موقعیت هندسی در مقیاس کیهانی و دینامیکی بودن آن در مقیاس کهکشانی است. برای مقیاس کیهانی در طول مدت رصد به دلیل دور بودن اجرام کیهانی تغییر موقعیت آنها قابل مشاهده نیست در حالی که در مقیاس کیهانی با توجه به اندازه شعاع انشتین از مرتبه واحد نجومی و سرعت ستارگان از مرتبه 200 کیلومتر بر ثانیه، زمان گذر یک چشمه از شعاع انشتین قابل رصد خواهد بود. در بخش بعدی امکان رصد همگرایی گرانشی دینامیکی با وجود تفکیک زاویه‌ای پایین برای تصاویر ایجاد شده بررسی خواهد شد.

۲ تقویت نور در همگرایی گرانشی

با توجه به زاویه کوچک بین تصاویر تشکیل شده در ریز همگرایی گرانشی، ما قادر به تفکیک آنها نخواهیم بود با این حال یکی دیگر از جنبه‌های همگرایی گرانشی تقویت نور

ستاره های زمینه در حین همگرایی گرانشی است. در همگرایی گرانشی مقطع ستاره در صفحه عدسی توسط همگرایی گرانشی با توجه به قانون نگاشت تغییر می کند. افزایش این سطح به معنی تقویت نور ستاره می باشد. با توجه به قانون نگاشت در همگرایی گرانشی بردار تصویر بدون اینکه جهت خود را تغییر دهد، تنها در راستای بردار چشمه طول خود را عوض می کند. این نگاشت نسبت به موقعیت چشمه خطی نبوده و انتظار داریم در اثر این نگاشت هندسه تصویر با چشمه متفاوت باشد. بنابراین یکی از انتظارات ما از همگرایی گرانشی در مقیاس های کیهانی تغییر ظاهری اجرام به واسطه ی همگرا شدن نور آنها می تواند باشد. این نوع تغییر شکل در همگرایی گرانشی ضعیف قابل مشاهده است. حال برای همگرایی گرانشی تغییر سطح المان چشمه به تصویر برابر تصاویر مثبت و منفی برابر است با:

$$dS_I^\pm = \theta^\pm d\phi \theta^\pm = \frac{1}{4} [\beta \pm \frac{\beta^2 + 2\theta_E^2}{\sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}}] d\beta d\phi \quad (6)$$

به طوری که $d\phi$ المان زاویه ای در مختصات قطبی بر روی صفحه ی عدسی است. برای المان سطح مربوط به چشمه با توجه به $dS_s = \beta d\beta d\phi$ می توان نسبت المان های سطح مربوط تصویر به چشمه را حساب کرد. این نسبت میزان تقویت نور مربوط هر کدام از تصاویر را به دست خواهد داد. با تعریف

$$A^\pm = \left| \frac{dS_I^\pm}{dS_s} \right|$$

، میزان تقویت نور برتی هر یک از المان ها برابر خواهد بود با:

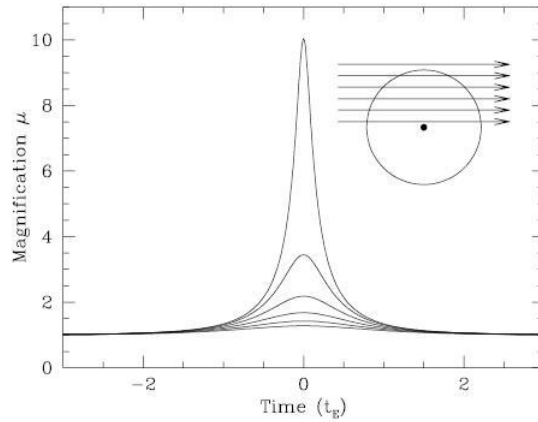
$$A^\pm = \frac{1}{4} \left| 1 \pm \frac{\beta^2 + 2\theta_E^2}{\beta \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}} \right| \quad (7)$$

تمرین: نسبت تقویت نور تصویر مثبت به تصویر منفی را بر حسب موقعیت زاویه ای تصویر β رسم کنید.

برای راحتی در محاسبات می توان تمامی زوایا را به زاویه انشتین بهنجار کرد. پارامتر جدید را $u = \beta/\theta_E$ تعریف کرده و مجموع تقویت نور حاصل از دو تصویر به صورت زیر به دست می آید:

$$A = \frac{u^2 + 2}{u \sqrt{u^2 + 4}} \quad (8)$$

برای همگرایی گرانشی در داخل کهکشان فاصله تصاویر به طوری که قبلاً محاسبه شد، کمتر از آستانه تفکیک تلسکوپ های زمینی است، بنابراین تنها اثر آن را می توان در تقویت نور ستارگان همگام گذر ستاره زمینه از کنار خط واصل ناظر-عدسی مشاهده کرد. با در نظر گرفتن دینامیک برای حرکت $u(t)$ ، تقویت نور بر حسب زمان قابل محاسبه است.



شکل ۳: منحنی نوری ناشی از ریزهمگرایی گرانشی برای پارامترهای برخورد داده شده.

حرکت نسبی ستارگان داخل کهکشان با توجه به فاصله بسیار زیاد آنها از یکدیگر به صورت خط راست بوده بنابراین حرکت تصویرشده‌ی چشمه در صفحه عدسی نیز به صورت مستقیم الخط خواهد بود. با در نظر گرفتن β_0 به عنوان کمینه زاویه بین موقعیت چشمه و عدسی و t_0 برای زمان رسیدن به این کمینه فاصله و $\dot{\beta}_t$ برای سرعت زاویه‌ای چشمه، فاصله‌ی چشمه از عدسی در صفحه عدسی برابر خواهد بود با:

$$\beta^2 = \beta_0^2 + \dot{\beta}_t^2 (t - t_0)^2 \quad (9)$$

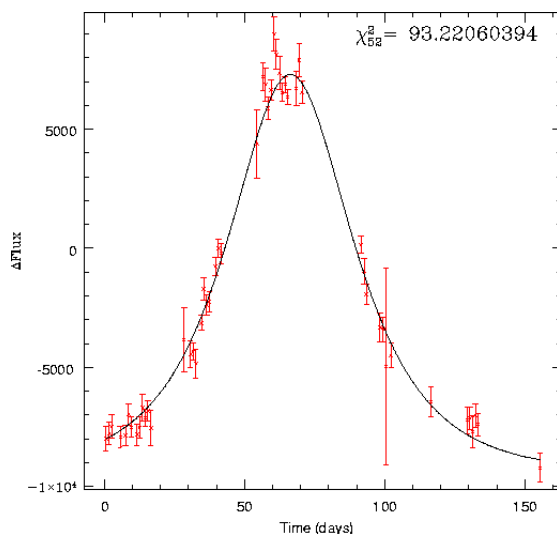
برای جای گذاری در معادله‌ی (۸) زاویه‌ی β را بر حسب زاویه انشتین به صورت زیر باز نویسی می کنیم:

$$u^2 = u_0^2 + \left(\frac{t - t_0}{t_E}\right)^2 \quad (10)$$

به طوری که t_E زمان عبور انشتین نامیده و به صورت $t_E = \theta_E / \beta$ تعریف می شود. با جاگذاری در معادله تقویت نور، منحنی نوری ستاره بر حسب زمان به صورت شکل (۳) به دست می آید (تمرین: منحنی نوری ریزهمگرایی گرانشی را برای $t_E = 30$ روز و $u_0 = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1$ رسم کنید).

با مونیاتور کردن ستارگان زمینه و اندازه گیری درخشندگی آنها بر حسب زمان، می توان رویداد ریزهمگرایی گرانشی را ثبت کرد. میزان تقویت نور در همگرایی گرانشی مستقل از طول موج چشمه می باشد و نتیجه افزایش شدت نور به یک میزان در اثر همگرایی گرانشی می باشد. با این روش ستارگان متغییر از رویداد های ریزهمگرایی گرانشی تمییز داده می شود. شکل (۴) داده های یک رویداد ریزهمگرایی را با بهترین برآزش توسط منحنی تئوری نشان می دهد.

برآزش به این منحنی می تواند پارامترهای مسئله از جمله پارامتر برخورد، زمان عبور و t_0 را به دست دهد. در این میان t_E تنها پارامتری حاوی اطلاعات فیزیکی در مورد عدسی



شکل ۴: منحنی نوری رصد شده به همراه بهترین برآزش تئوری

است و با اندازه گیری آن می توان پارامترهای عدسی را با توجه به رابطه ی زیر مقید کرد

$$t_E = \frac{R_E}{v_t} = \frac{1}{v} \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ol} D_{ls}}{D_{os}}} \quad (11)$$

نحوه ی بازیافت پارامترهای یک منحنی تئوری از روی داده های تجربی توسط برآزش χ^2 انجام می شود. در این روش به ازای پارامترهای حدسی اولیه مجموع اختلاف بین منحنی تئوری و تجربی بهنجار شده به خطای اندازه گیری در هر نقطه ای مطابق رابطه محاسبه می شود.

$$\chi^2 = \sum \frac{(y(x_i; \alpha_1, \alpha_2, \dots)_{the} - y(x_i)_{exp})^2}{\sigma_i^2} \quad (12)$$

با حرکت در فضای پارامتری می توان کمینه عبارت فوق را به دست آورد. در این صورت بهترین برآزش که معادل کمینه بین نقاط تئوری و تجربی می باشد به دست می آید. (تمرین: برای منحنی نوری داده شده، بهترین پارامترهای منحنی نوری را به دست آورید)

یکی از مشکلات موجود در مسئله ریزهمگرایی گرانشی تبهگنی به وجود آمده بین پارامترهای M ، D_{ol} و v است. به عبارت دیگر تنها با اندازه گیری زمان عبورانشین نمی توان عدسی را حل کرد. وجود اختلاف منظر برای عدسی های نزدیک می تواند تا حدودی این تبهگنی را برطرف کند لکن مهمترین رویکرد به مسئله ریزهمگرایی که در بخش بعد معرفی می شود، بررسی آن به صورت آماری است.

۳ مطالعه‌ی آماری از رویدادهای ریزهمگرایی گرانشی

سوال مطرح شده در این بخش احتمال رویداد ریزهمگرایی گرانشی به ازای تعداد معلومی از ستارگان زمینه است. قبل از شروع آزمایش این عدد برای طراحی، استراتژی و زمان آزمایش ضروری است. از طرف دیگر در پایان آزمایش برای نتیجه گیری هایی مانند سهم ماچوها در هاله کهکشان یکی از ابزارهای مهم ما می باشد.

اگر تصور کنیم تمامی ستارگان چشمه در یک فاصله مشخص از ما قرار گرفته باشند، با چه احتمالی عدسی های پس زمینه می توانند پدیده ریزهمگرایی تولید کنند؟ معمولاً ستارگان چشمه در داخل ساختار کهکشان در راستای خط دید ما گسترده شده اند، لیکن برای ساختارهایی مانند ابرهای ماژلانی، به دلیل خارج بودن این کهکشان از ساختار راه شیری می توان ستارگان ابرهای ماژلانی را در فاصله تقریباً ثابتی از ناظر در نظر گرفت و بدین ترتیب عدسی های داخل هاله و دیسک کهکشان می توانند نور این ستارگان را همگرا کنند. برای محاسبه احتمال وقوع رویدادها مخروطی را در نظر بگیریم که ناظر را به صفحه‌ی عدسی وصل کند. برای چگالی جرمی $\rho(x)$ در داخل کهکشان و یا در هاله آن چگالی عددی ستارگان برابر خواهد بود با $n = \rho(x) / \langle M \rangle$ ، به طوری که $\langle M \rangle < M$ جرم متوسط ستارگان است. حال مقطعی از مخروط به فاصله $x = D_{ol}/D_{os}$ را در نظر بگیریم. تعداد عدسی های موجود در این مخروط برابر است با $dN = n(x)A(x)dx$. سطحی که این تعداد از عدسی ها اشغال می کنند برابر است با $ds = dN\pi R_E^2$. حال احتمال وقوع ریزهمگرایی گرانشی از تقسیم این سطح به سطح مقطع مخروط $A(x)$ به دست می آید. این احتمال را با τ نشان داده و آن را عمق نوری نیز می نامند. فرم دیفرانسیلی عمق نوری برابر است با:

$$d\tau = ds/A(x) = n(x)\pi R_E^2 dx \quad (13)$$

با جاگذاری شعاع انشتین و چگالی عددی جرم عدسی ها حذف می شوند و این نشان می دهد که عمق نوری مستقل از جرم عدسی بوده و تابعی از چگالی کل است. دلیل این مسئله را می توان در بستگی خطی سطح تولید شده با شعاع و جرم دید. با انتگرال گیری از عبارت فوق عمق نوری برابر خواهد بود با:

$$\tau = \int \frac{4G\rho(x)}{c^2} D_{os}^2 (1-x) dx \quad (14)$$

به طور تقریبی می توان این انتگرال را برای هاله کهکشان به صورت $\tau \simeq 4G\rho/c^2 D^2$ به دست آورد. با جاگذاری یک چگالی ثابت برای هاله کهکشان مقدار عبارت فوق برابر خواهد بود با $\tau \sim (GM/D)/c^2$ که $\tau \sim v^2$ سرعت دوران دیسک کهکشان است.

بنابراین عمق نوری برای رویدادهای ریزهمگرایی گرانشی در راستای ابرهای ماژلانی برابر است با $\tau \sim 10^{-7} = (200/3000000)^2 = (v/c)^2$. معنی آماری عمق نوری بدین صورت است که از هر ده میلیون ستاره در زمینه یکی در معرض عدسی برای همگرا شدن قرار می گیرد. بنابراین برای رصد رویدادهای ریزهمگرایی لازم است تعداد از مرتبه ۱۰۰ میلیون ستاره به طور مرتب با فرکانس یک رصد در دو-سه روز رصد شود. هدف از این رصد ها در آغاز آزمایش ریزهمگرایی گرانشی تخمین ماده تاریک فشرده در هاله کهکشان بود. دو گروه EROS و MACHO به مدت ده سال این ستارگان را رصد کردند و نتیجه کار در نظر گرفتن سهم بسیار ناچیز کمتر از ۵ درصد بود. بنابراین ماچوها را می توان از لیست کاندید های ماده تاریک حذف کرد. نسل دوم از آزمایش های ریزهمگرایی گرانشی در حال طراحی است. این آزمایش هانه برای آشکارسازی ماچو بلکه در نظر دارد از این روش برای کشف سیارات فرازمینی و یا مطالعه جو ستارگان استفاده بکند.

نحوه محاسبه عمق نوری با استفاده از داده های ریزهمگرایی گرانشی بدین ترتیب است که احتمال هندسی توسط پوشش دادن ستارگان زمینه را می توان به زیان مدت زمانی که شعاع های انشتین بر روی ستارگان ستارگان زمینه سایه انداخته بود بیان کرد. فرض کنیم بتوانیم تمامی رخدادهای ریزهمگرایی گرانشی را رصد کنیم و مدت زمان عبور انشتین برای هر کدام نیز $t_E^{(i)}$ باشد. در این صورت کل زمان همگرایی برابر با $\sum t_E^{(i)}$ خواهد بود. از طرف دیگر میزان زمان نورگیری از کل ستارگان برابر با $T_{obs}N_{obs}$ می باشد. بنابراین عمق نوری را می توان به صورت نسبت این دو مقیاس زمانی به صورت:

$$\tau = \frac{\sum t_E^{(i)}}{T_{obs}N_{obs}} \quad (15)$$

تمرین: عمق نوری را برای هاله مدل همدم با تابع توزیع $\rho = A/r^2$ در راستای ابرماژلانی بزرگ با فاصله $d = 51 kpc$ ، ابرماژلانی کوچک با $61 kpc$ فاصله و کهکشان آندرومدا با $810 kpc$ به دست آورید. خورشید در فاصله $8.5 kpc$ از مرکز کهکشان قرار گرفته و مختصات کهکشانی این اجرام به صورت

۴ نرخ رویدادها و ارتباط آن با توزیع مادهی کهکشان

یکی دیگر از کاربردهای ریزهمگرایی گرانشی مطالعه ساختار کهکشان با استفاده از رصد کهکشان در راستاهای مختلفی مانند دیسک و هسته ی کهکشان می باشد. در این راستاها مخصوصاً در راستای هسته کهکشان تعداد رویدادها قابل ملاحظه است و می توان از آن به عنوان ابزاری برای مطالعه توزیع ستارگان داخل ساختار از آن استفاده کرد. علاوه بر مقایسه عمق نوری مدل با داده های رصدی، می توان فراوانی رویدادها را از نظر زمان

عبورانشترین نیز مطالعه کرد. نرخ وقوع رویدادها حساسیت زیادی به توزیع ماده در راستای دید دارد. هدف ما ابتدا محاسبه نرخ رویدادها به ازای T_{obs} سال رصد منطقه‌ای خاص با N_{obs} ستاره است. در

۵ مرجع‌ها

- [۱] Chwolson, O, 1924, Ast. Nachrichten 221, 329
- [۲] Einstein, A. 1936, Science 84, 506
- [۳] Walsh D. et al. 1979, Nature 279, 381.
- [۴] Paczynski, B. 1986, ApJ 304, 1