دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی شیمی و نفت
روش‌های بهینه‌سازی در مهندسی شیمی و نفت
نیمسال تحصیلی 2-92

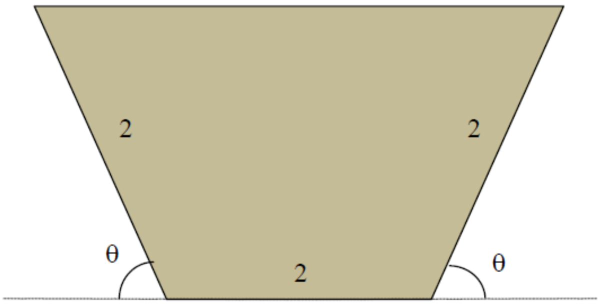
مسئله اول: با استفاده از الگوریتم جستجوی فیبوناچی،

الف. نشان دهید که برای کاهش بازه تردید به میزان یک درصدِ مقدار اولیه‌ی آن، به یازده بار محاسبه‌ی تابع نیاز داریم. اگر موقعیت تمام این نقاط را در آغاز انتخاب کنیم حداقل به چه تعداد نقاط احتیاج داریم؟

ب. با شش بار محاسبه‌ی تابع هدف ($n=6$)، موقعیت نقطه کمینه و مقدار متناظر تابع هدف $f(x)=0.65-\left[0.75/\left(1+x^2\right)\right]-0.65x\tan^{-1}(1/x)$ را در بازه $(0,3)$ تعیین کنید.

ج. موقعیت نقطه کمینه و مقدار متناظر تابع هدف $f(x)=\left[0.5/\sqrt{1+x^2}\right]-\sqrt{1+x^2}\left[1-\left[0.5/\left(1+x^2\right)\right]\right]+x$ را در بازه $(0.5,2.0)$ با دقت 0.001 تعیین کنید. چند بار محاسبه تابع نیاز است؟

مسئله دوم: **شکل 1** مقطع عبور جریان از داخل یک کانال را نشان می‌دهد. با استفاده از روش جستجوی تقسیم طلایی، مقدار $\theta;\theta\in[0,\pi/2]$ را با دقت 0.01 طوری پیدا کنید که سطح مقطع عبور جریان بیشینه باشد.



شکل 1: مقطع عبور جریان از داخل کانال.

مسئله سوم: با استفاده از روش میان‌یابی درجه دوم،

الف. کمینه مقدار تابع $f(x)=x^5-5x^3-20x+5$ را در بازه $(-2.5,2.5)$ با دقت سه رقم اعشار معیّن کنید.

ب. کمینه مقدار تابع $f(x)=x_1-x_2+2x_1^2+2x_1x_2+x_2^2$ را در امتداد خط $\alpha+\lambda d$، که در آن $\alpha=[1 \quad 1]^T$ و $d=[-1 \quad 2]^T$ است، تا دو رقم اعشار به دست آورید.

مسئله چهارم: با استفاده از روش میان‌یابی درجه سوم،

الف. کمینه مقدار تابع $f(x)=x/\log x$ را در بازه $(1.5,4)$ با دقت دو رقم اعشار معیّن کنید.

ب. کمینه مقدار تابع $f(x)=x^5-5x^3-20x+5$ را در بازه $(-2.5,2.5)$ با دقت سه رقم اعشار محاسبه کرده و جواب را با مسئله قبل (استفاده از روش میان‌یابی درجه دوم) مقایسه نمایید.

مسئله پنجم: با استفاده از روش جستجوی متناوب و روش هوک-جیوز، کمینه مقدار مطلق توابع زیر را پیدا کنید.

الف.

$$f=100\left(x_2-x_1^2\right)^2+\left(1-x_1\right)^2+90\left(x_4-x_3^2\right)^2+\left(1-x_3\right)^2$$
$$+10.1\left[\left(1-x_2^2\right)^2+\left(1-x_4\right)^2\right]+19.8\left(1-x_2\right)+\left(1-x_4\right)$$

ب.
$$f(x_1,x_2) = -\frac{1+\cos\left(12\sqrt{x_1^2+x_2^2}\right)}{\frac{1}{2}\left(x_1^2+x_2^2\right)+2}$$

ج.
$$f(x_1,x_2) = \left(4-2.1x_1^2+\frac{x_1^4}{3}\right)x_1^2 + x_1x_2 + \left(-4+4x_2^2\right)x_2^2$$

مسئله ششم: با استفاده از روش جستجوی نلدر- مید، کمینه مقدار مطلق توابع زیر را پیدا کنید.

الف.
$$f(\underline{x}) = \sum_{i=1}^{3}\left[x_{i+2}e^{-t_ix_i} - x_{i+3}e^{-t_ix_{i+1}} + x_{i+5}e^{-t_ix_{i+4}} - y_i\right]; \quad \begin{cases} t_i = 0.5i \\ y_i = e^{-t_i} - 5e^{-10t_i} + 3e^{-4t_i} \end{cases}$$

ب.
$$f(x_1,x_2) = 20 + \left[x_1^2 - 10\cos(2\pi x_1)\right] + \left[x_2^2 - 10\cos(2\pi x_2)\right]$$

ج.
$$f(x_1,x_2) = -\sum_{i=1}^{5}\left[c_i \exp\left[-\frac{(x_1-a_i)^2}{\pi} - \frac{(x_2-b_i)^2}{\pi}\right]\cos\left[\pi(x_1-a_i)^2 + \pi(x_2-b_i)^2\right]\right];$$
$$a = [3,5,2,1,7]; \quad \mathrm{b} = [5,2,1,4,9]; \quad c = [1,2,5,2,3]$$

مسئله هفتم: با استفاده از روش جستجوی Trust-Region و Trust-Region-Dogleg، کمینه مطلق توابع زیر را پیدا کنید.

الف.
$$f(x_1,x_2) = -\sin(x_1)\sin\left(\frac{x_1^2}{\pi}\right)^{20} - \sin(x_2)\sin\left(\frac{4x_2^2}{\pi}\right)^{20}; \quad 0 \le x_1, x_2 \le \pi$$

ب.
$$f(x_1,x_2) = -20\exp\left(-0.2\sqrt{0.5\left(x_1^2+x_2^2\right)}\right) - \exp\left(0.5\left(\cos(2\pi x_1)+\cos(2\pi x_2)\right)\right) + 20 + e$$

ج.
$$f(x_1,x_2) = \left[x_1^2 + x_2^2 + (0.5x_1+x_2)^2 + (0.5x_1+x_2)^4\right]$$

مسئله هشتم: با استفاده از روش‌های گرادیانی LM[1]، DFP[2] و BFGS[3] کمینه مطلق توابع نامقید زیر را پیدا کرده و کارآیی این سه روش را ارزیابی و مقایسه کنید.

الف.
$$f(x_1,x_2) = \sin^2(3\pi x_1) + (x_1-1)^2\left(1+\sin^2(3\pi x_2)\right) + (x_2-1)^2\left(1+\sin^2(2\pi x_2)\right)$$

ب.
$$f(x_1,x_2) = (1.5 - x_1 + x_1x_2)^2 + \left(2.25 - x_1 + x_1x_2^2\right)^2 + \left(2.625 - x_1 + x_1x_2^3\right)^2$$

ج.
$$f(x_1,x_2) = \frac{x_1^2+x_2^2}{4000} - \cos(x)\cos\left(\frac{y}{\sqrt{2}}\right) + 1$$

[1] Levenberg-Marquardt (LM)
[2] Davidon-Fletcher-Powell (DFP)
[3] Broyden-Fletcher-Golfarb-Shanno (BFGS)