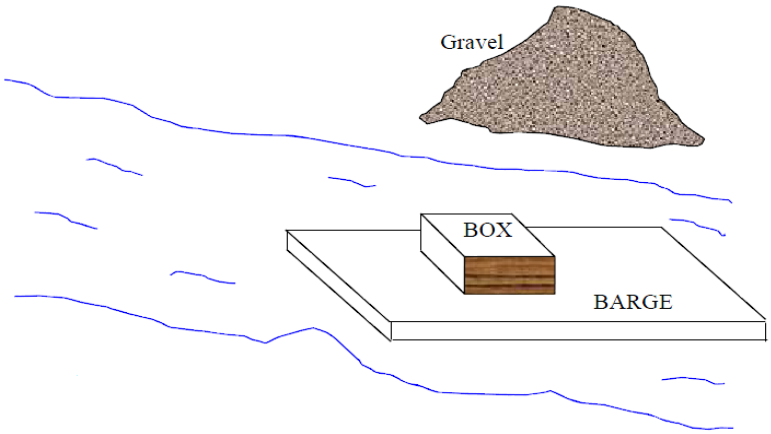
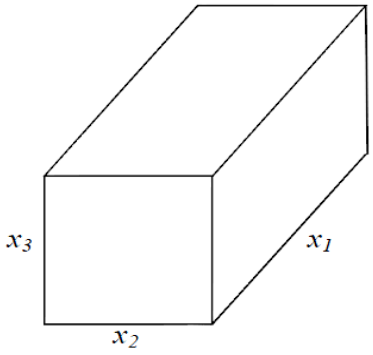
مسئله اول: می‌خواهیم مقداری شن[1] به حجم $400\,m^3$ را توسط کشتی از رودخانه عبور دهیم، **شکل ۱**. بدین منظور باید یک جعبه مناسب (که قسمت بالای آن باز است) برای حمل شن طراحی کنیم. **شکل ۲** جعبه مورد نظر را نشان می‌دهد.



شکل ۱: می‌خواهیم $400\ m^3$ شن را از رودخانه عبور دهیم.



شکل ۲: جعبه طراحی شده برای حمل شن.

تخمین هزینه‌های عملیات به صورت زیر است:

هزینه حمل و نقل کشتی:

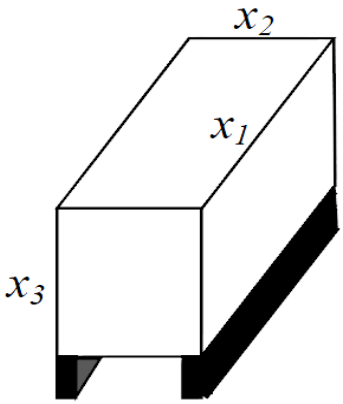
- هر بار مسیر رفت و برگشتی **۱۰ سنت** هزینه دارد،

هزینه مواد لازم برای ساخت جعبه:

- قسمت پایین جعبه (با مساحت x_1x_2) و دیواره‌های کناری (با مساحت $2x_1x_3$) **10** $\$/m^2$ هزینه دارد،
- قسمت‌های انتهایی جعبه (با مساحت $2x_2x_3$) **20** $\$/m^2$ هزینه دارد،

الف. ابعاد جعبه را طوری پیدا کنید که هزینه‌ی عملیات کمینه باشد (از برنامه‌ریزی هندسی استفاده کنید).

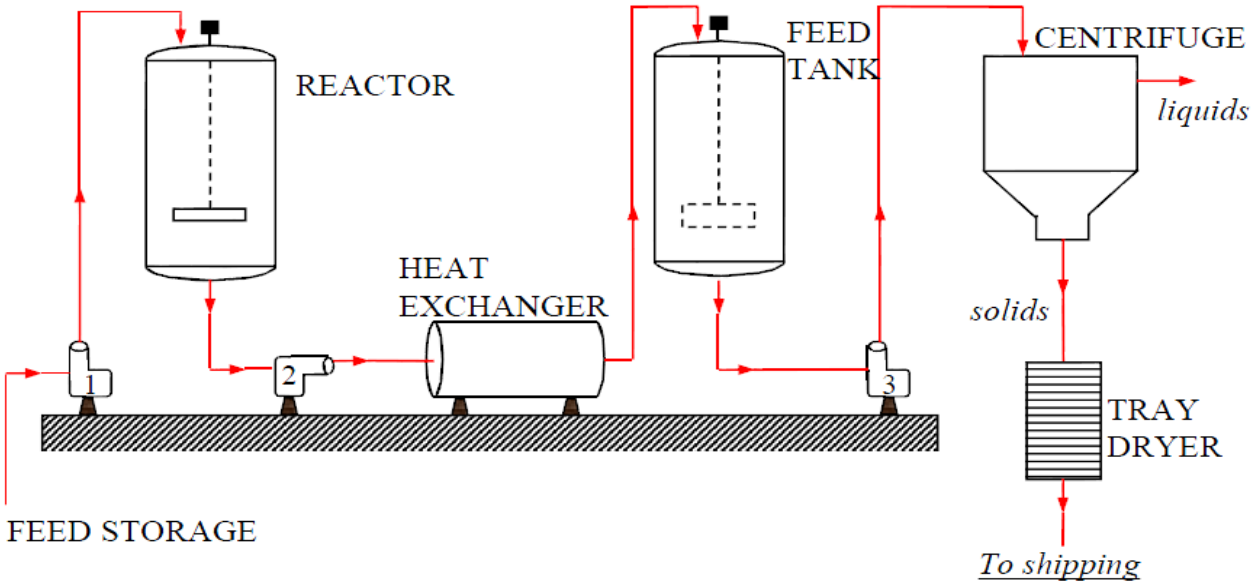
ب. مشاهده می‌شود که برای جابه‌جایی راحت‌تر جعبه روی کشتی، بهتر است از دو عدد رانر[2] در پایین جعبه در امتداد طول استفاده شود، همانند **شکل ۳**. هزینه خرید هر رانر هم **2.5** $\$/m$ است. در این حالت نیز، با استفاده از برنامه-ریزی هندسی، ابعاد جعبه را طوری پیدا کنید که هزینه‌ی عملیات کمینه باشد.



شکل ۳: جعبه طراحی شده برای حمل شن به همراه دو عدد رانر برای جابه‌جایی راحت‌تر جعبه.

[1] gravel
[2] runner

مسئله دوم: میخواهیم با استفاده از برنامه‌ریزی هندسی، بهینه طراحی یک فرآیند batch، همانند **شکل ۴**، را طوری به دست آوریم که هزینه ساخت کمینه شود، مشروط به آن‌که متوسط توان عملیاتی[3] فرآیند حداقل $50\ ft^3/hr$ باشد.



شکل ۴: طراحی یک فرآیند batch.

پارامترهای طراحی زیر را تعریف می‌کنیم:

V: حجم محصول در هر batch، (ft^3)،

t_i $(i=1,2,3)$: زمان مورد نیاز برای پمپ کردن هر batch از داخل پمپ شماره i.

زمان اقامت[4] کلی برای REACTOR، FEED TANK، و DRYER، نشان داده شده در **شکل ۴**، ۱۰ ساعت می‌باشد.

تخمین هزینه‌ها به صورت زیر است:

هزینه طراحی REACTOR برابر است با $592\,V^{0.65}$،

هزینه طراحی DRYER برابر است با $1200\,V^{0.52}$،

هزینه طراحی FEED TANK برابر است با $582\,V^{0.39}$،

هزینه طراحی HEAT EXCHANGER برابر است با $210\,(V/t_2)^{0.62}$،

هزینه طراحی CENTRIFUGE برابر است با $200\,(V/t_3)^{0.85}$،

هزینه طراحی PUMP 1 برابر است با $370\,(V/t_1)^{0.22}$،

هزینه طراحی PUMP 2 برابر است با $250\,(V/t_2)^{0.40}$،

هزینه طراحی PUMP 3 برابر است با $250\,(V/t_3)^{0.40}$،

با توجه به اطلاعات داده شده، پارامترهای طراحی V, t_1, t_2, t_3 را طوری به دست آورید که هزینه ساخت کمینه شود، مشروط به آن‌که متوسط توان عملیاتی فرآیند حداقل $50\ ft^3/hr$ باشد.

[3] Required average throughput
[4] Residence time

مسئله سوم: تابع هزینه‌ی یک کوره متالورژی به صورت زیر است:

$$C = 1 \times \frac{10^{13}}{L^3 T^2} + 100L^2 + 5 \times 10^{-11} L^2 T^4$$

که در آن L طول مشخصه و T دما (بر حسب کلوین) می‌باشد.

الف. مینیمم هزینه و مقادیر بهینه‌ی L و T را با استفاده از برنامه‌ریزی هندسی بیابید.

ب. اگر یک ترم اضافی مثل $1000L^3$ به تابع هزینه اضافه شود، مسئله معادل را فرموله و مقادیر بهینه‌ی L و T را پیدا کنید.

ج. اگر تابع هزینه شامل فقط دو جمله‌ی اول باشد، نشان دهید چه تأثیری بر حل برنامه‌ریزی هندسی دارد.

مسئله چهارم: کار انجام‌شده توسط یک فشرده‌ساز سه مرحله‌ای با تابع زیر محاسبه می‌شود:

$$W = \left(\frac{p_1 v_1}{e}\right)\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^e + \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^e + \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^e - 3\right]$$

به طوری که p_1 فشار لاین ورودی به مرحله اول و p_2 خروجی آن و یا ورودی مرحله دوم الی آخر است. $e = (k-1)/k$ که k نسبت ظرفیت‌های حرارتی (ثابت) است. برای فشارهای ورودی p_1 و خروجی p_4 معلوم، با استفاده از برنامه‌ریزی هندسی فشارهای میانی p_2 و p_3 که W را مینیمم می‌کنند پیدا کنید.