



# دستیابی به نرخ شاره بیشینه در شبکه‌های حسگر بی‌سیم با آنتن‌های جهت‌دار

\* محمد قدسی

دانشکده مهندسی کامپیوتر - دانشگاه صنعتی  
شریف

پژوهشکده علوم کامپیوتر، مرکز تحقیقات فیزیک  
نظری و ریاضیات

ghodsi@sharif.edu

احمد شیرعلی‌نیا

دانشکده مهندسی کامپیوتر - دانشگاه صنعتی  
شریف

مرکز امنیت شبکه شریف

shiralinia@ce.sharif.edu

ابوالفضل آسوده

دانشکده مهندسی کامپیوتر - دانشگاه صنعتی  
شریف

asudeh@ce.sharif.edu

محدودیت‌های آنها پرداخته شود و در انتهای مسئله به صورت یک مسئله برنامه ریزی اعداد صحیح مخلوط<sup>۱</sup> فرموله شود. در قسمت دوم نگاهی به مقالات و کارهای مربوط با موضوع مطرح شده خواهیم داشت و در رابطه با هر کدام توضیح مختصراً ارائه می‌شود. در قسمت سوم به ارائه و توضیح یکی از راه حل‌های مناسب ارائه شده می‌پردازیم. در قسمت چهارم مسئله و محدودیت‌های مهمی که تا کنون دیده نشده است دقیق‌تر بررسی می‌شود و مسئله به صورت یک مسئله برنامه ریزی اعداد صحیح مخلوط فرموله می‌شود. در قسمت پنجم توجه خود را به مسائل مشابه و انعطاف‌پذیری راه حل ارائه شده جلب می‌کنیم و نهایتاً به بررسی یک مثال و روش حل آنها پرداخته می‌شود.

## ۲- کارهای مرتبط

در مرجع [4] ظرفیت بازدهی بیشینه شبکه‌ها بررسی شده و با ارائه یک الگوریتم توزیع شده برای مسیریابی و زمانبندی، یک چهارچوب برای بیشینه‌سازی کارآئی شبکه ارائه می‌کند، مرجع [5] به ارائه یک الگوریتم تقریبی (با ضریب تقریب ثابت) و یک فرمول ریاضی برای مسئله مسیریابی و انتساب کانال در شبکه‌های بی‌سیم چند رادیویی می‌پردازد، مرجع [6] یک الگوریتم تقریبی چند جمله‌ای برای مسئله حداقل بازده در شبکه‌های بی‌سیم (با در نظر گرفتن مدل‌های تداخل) به همراه ضریب تقریب آن ارائه می‌دهد. در مرجع [7] با استفاده از تکنیک خوش بیشینه<sup>۲</sup>، ابتدا به تشكیل گراف تداخل می‌پردازند که در آن هر ارتباط بین دو گره در شبکه واقعی، با یک راس نشان داده شده و برای هر تداخل ممکن یک یال رسم می‌کند. آنگاه خوش بیشینه را در آن یافته و اعلام می‌دارد که تنها یک جریان از این خوش قابل عبور است، مرجع [8] با فرض اینکه گره‌ها دارای آنتن‌های جهت‌دار<sup>۳</sup> هستند یک شبکه دو سطحی از حسگرها را در نظر می‌گیرد که گره‌های سطح اول داده‌های گره‌های سطح دوم را تجمع می‌کنند و نشان می‌دهد که با این رویکرد کارایی طول عمر شبکه بهینه می‌شود، مرجع [9] به بررسی ساختارهای مسیریابی چندگامه در شبکه‌های حسگر بی‌سیم دارای آنتن‌های جهت‌دار و آثار تداخل در آنها پرداخته‌اند و سپس مسئله رهیابی تک‌مسیره با حداقل تداخل را فرموله و حل کرده‌اند.

<sup>۱</sup> این نویسنده توسط مرکز تحقیقات فیزیک نظری (N. CS2386-01) حمایت شده است.

**چکیده:** در این مقاله با رویکردی الگوریتمی و دقیق به بررسی مسئله نرخ شاره بیشینه در شبکه‌های حسگر بی‌سیم<sup>۱</sup> پرداخته شده است و در این رویکرد با الگوی‌داری از مسئله شاره بیشینه<sup>۲</sup>، نوعی از مسائل ریزی خطی<sup>۳</sup> به عنوان راه حل آن ارائه گردیده است. از آنجا که در شبکه‌های حسگر بی‌سیم محدودیت‌های بسیاری از لحاظ مصرف انرژی و همچنین تداخل در امواج وجود دارد، استفاده از آنتن‌های جهت‌دار<sup>۴</sup> همواره گزینه مناسبی بوده و به همین دلیل در این مقاله، با در نظر گرفتن شرایط خاص این شبکه‌ها، راه حل جامع و کامل‌تری برای این مسئله ارائه گردیده است.

**واژه‌های کلیدی:** نرخ شاره بیشینه، برنامه‌ریزی خطی، شبکه‌های حسگر بی‌سیم، آنتن‌های جهت‌دار

## ۱- مقدمه

شبکه‌های حسگر بی‌سیم متشكل از تعدادی گره حسگر می‌باشند که تعداد زیادی از آنها جهت انجام یک وظیفه و هدف مشترک در یک ناحیه با ارتباطات<sup>۵</sup> بی‌سیم در تعاملند. با توجه به محدودیت‌های خاص این شبکه‌ها، دستیابی به حداقل ظرفیت سیستم برای استفاده در مسائلی همچون ارسال داده، مسیریابی و زمانبندی بسیار ضروری به نظر می‌رسد.

مهمنترین عامل محدود کننده ارسال و دریافت اطلاعات در این شبکه‌ها تداخل امواج ارسالی و دریافتی توسط آنتن‌های گره‌های است که مانع فعال بودن همزمان ارتباطات متداخل با هم می‌شود. در شبکه‌های معمولی حسگرها به علت داشتن آنتن‌های معمولی که ناحیه ارتباطی آنها به صورت دایره‌ای است محدودیتها و فضای تداخل خیلی بیشتر از شبکه‌های دارای آنتن‌های جهت‌دار که فضای تداخل آنها به صورت یک طیف با شاعر و زاویه مشخص است می‌باشد، ضمن اینکه استفاده از این آنتن‌ها باعث صرفه جویی در منابع به خصوص منابع انرژی هر یک از گره‌ها می‌گردد.

بنابراین در این مقاله به بررسی این نوع شبکه‌ها و راه حل‌های ارائه شده در رابطه با رسیدن به حداقل نرخ جریان انتها به انتها در آنها پرداخته شده و سعی شده است با یک نگاه الگوریتمی و دقیق‌تر به بررسی

فاصله بین گره $i$ و گره $j$	$d_{ij}$
جهت ارسال از گره $i$ به گره $j$	$\alpha(i, j)$
طیف مورد استفاده توسط گره $i$ برای ارسال به یا دریافت از گره $j$	$\theta_i^j$
امین طیف از گره $j$	$b(i, l)$
وجود اتصال $(i, j)$ در طیف $l$ از گره $i$	$b_{i,j}(i, l)$

$$\text{با توجه به رابطه } \theta_i^j = \left\lceil \frac{\alpha(i, j)B}{2\Pi} \right\rceil, \text{ در زیر، نتیجه اضافه کردن}$$

محدودیتهای شبکه به روش شاره بیشینه کلاسیک به صورت برنامه‌ریزی خطی مشاهده می‌شود:

$$\max f$$

s.t.

$$1. \sum_{\{j:(i,j) \in E\}} x_{i,j} - \sum_{\{j:(j,i) \in E\}} x_{i,j} = \begin{cases} f & i = s \\ 0 & i = V - \{s, d\} \\ -f & i = d \end{cases}$$

$$2. \underbrace{\sum_{u \in b(i,l)} \sum_{(u,v) \in E} x_{u,v} b_{u,v}(u, \theta_u^i)}_{\text{InterferingLinksIn,ith,beam}} + \underbrace{\sum_{(k,l) \in E} x_{k,i} b_{k,i}(i, l)}_{\text{IncomingFlow}} \leq 1; \forall l, i$$

$$3. \sum_{(k,i) \in E} x_{k,i} b_{k,j}(i, l) + \sum_{(i,j) \in E} x_{i,j} b_{i,j}(i, m) \leq 1,$$

$$\forall l \geq 1, m \leq B, \quad \forall i \in V$$

$$4. b_{i,j}(i, l) = \begin{cases} 1, & \text{if } l = \theta_i^j \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

$$5. x_{i,j} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in E$$

چنانکه دیده می‌شود هدف بیشینه نمودن شاره می‌باشد. در قید ۱، ما به بیان این مطلب پرداخته‌ایم که بجز در منبع و مقصد، در تمام گرهها مقدار شاره ورودی و خروجی باید برابر باشد و در واقع این قسمت عضو بخش‌های مرتبط با حالت کلی مسئله شاره بیشینه است که در مرجع [1] به تفصیل توضیح داده است.

قید ۲ به این دلیل اضافه شده است: شاره  $u$  به  $v$  (به شرطی که  $u$  در یکی از طیف‌های  $i$  باشد و همچنین  $v$  و  $i$  هم در یک طیف از  $u$  باشند، برای تمام  $u$ ‌های درون طیف  $i$  از  $i$  بعلاوه شاره از  $k$  به  $i$  (برای تمام  $k$ ‌های درون طیف  $i$  از  $i$ ) برای هر  $i$  و ۱ باید نابیشتر از ۱ باشد.

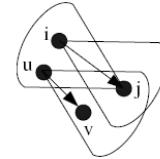
### ۳- بررسی راه حل اولیه

یکی از بهترین روش‌ها مطرح شده [2,3] استفاده از برنامه ریزی خطی و نگاشت به مسئله شاره بیشینه است. چنانکه که خواهیم دید پس از حل مسئله به شیوه برنامه ریزی خطی به دلیل محدودیت‌های شبکه‌های حس‌گر (برخی از متغیرها تنها می‌توانند شامل مقادیر خاص گستته باشند)، پاسخ به برنامه ریزی اعداد صحیح مخلوط (NP-hard) تبدیل می‌شود.

در این شبکه‌ها گره‌ها دارای آنتن‌های جهت‌دار هستند. هر نوع از این آنتن‌ها دارای دو مشخصه شعاع و زاویه ارتباطی هستند و می‌توانند جریان را در یک طیف تحت زاویه مشخص و شعاع خاص خود ارسال کنند.

هر آنتن هر دو عمل ارسال و یا دریافت داده‌ها را در جهت خاص انجام می‌دهد. ولی قادر به انجام دو عمل بطور همزمان نمی‌باشد.

گره  $i$  تنها در صورتی می‌تواند ارتباط خود به گره  $j$  را فعال کند که اولاً  $j$  در شعاع ارتباطی آن باشد و ثانیاً هر گره  $u$  درون طیف فعال  $j$  (به سمت  $i$ ، باید طیف فرستنده خود به سمت  $j$  را ساخت نگه دارد) (شکل ۱). در حالت کلی هنگامی که یک طیف از یک آنتن فعال است هیچ گره دیگری نمی‌تواند طیفی از خود را که با این طیف اصطلاحاً تداخل دارد فعال کند.



شکل ۱. تداخل امواج  $u$  در ارسال از  $i$  به  $j$

حال با شناخت محدودیت‌های ارتباطی این شبکه‌ها به منظور رسیدن به حداکثر جریان از مدل برنامه ریزی خطی مسئله Max-Flow شروع کرده، محدودیت‌های موجود به آن اضافه می‌شود. توضیحات مربوط به نماد گذاری مورد استفاده در این راه حل، در جدول ۱ دیده می‌شود.

جدول ۱. توصیف نمادگذاری

کل تعداد طیف‌های هر گره	$B$
مجموعه یال‌ها	$E$
مجموعه گره‌ها	$V$
اتصال از گره $i$ به گره $j$	$(i, j)$
شاره روی اتصال $(i, j)$	$x_{i,j}$
شاره از گره مبدأ $s$ به گره مقصد $t$	$f$
بیشینه شاره روی کمان $(i, j)$	$f_{i,j}$

با توضیحات ارائه شده با هدف بهینه کردن نرخ جریان در شبکه‌های حسگر با آنتن‌های جهت‌دار می‌پردازیم.  
با حفظ نمادگذاری ارائه شده در بخش قبل نمادگذاری‌های جدید جهت تکمیل نمادها در جدول ۲ آمده است:

**جدول ۲. توصیف نمادگذاری تکمیلی**

کل بازه زمانی مورد بررسی	$T$
شاره روی اتصال $(i,j)$ در زمان $t$	$x_{i,j}(t)$

بنابراین نتیجه به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \max \quad & f \\ \text{s.t} \quad & \\ 1. \quad & \sum_{i=1}^T \left( \sum_{\{j(i,j) \in E\}} x_{i,j}(t) - \sum_{\{j(j,i) \in E\}} x_{i,j}(t) \right) = \begin{cases} f & i = s \\ 0 & i = V - \{s, d\} \\ -f & i = d \end{cases} \\ 2. \quad & \sum_{u \in b(i,l)} \sum_{(u,v) \in E} x_{u,v}(t) b_{u,v}(u, \theta_u^i) + \sum_{(k,i) \in E} x_{k,i}(t) b_{k,i}(i, l) \leq 1; \\ & \forall l, i, \quad \forall t \in [0, T] \\ 3. \quad & \sum_{(k,i) \in E} x_{k,i}(t) b_{k,j}(i, l) + \sum_{(i,j) \in E} x_{i,j}(t) b_{i,j}(i, m) \leq 1, \\ & \forall l \geq 1, m \leq B, \quad \forall t \in [0, T], \quad \forall i \in V \\ 4. \quad & b_{i,j}(i, l) = \begin{cases} 1, & \text{if } l = \theta_i^j \\ 0, & \text{Otherwise} \end{cases} \\ 5. \quad & x_{i,j}(t) \geq 0 \quad \forall (i, j) \in E, \quad \forall t \in [0, T] \end{aligned}$$

همانطور که در قید اول مشاهده می‌شود می‌توان بیان کرد که میزان جریان ورودی و خروجی در هر گره (به جز مبدأ و مقصد) در کل زمان مورد بررسی برابر با صفر است.  
در سایر قیود نیز عنصر زمان وارد شده است و به این ترتیب دقیق شده اند.

#### ۵- انعطاف‌پذیری مدل ارائه شده

یکی از زیباترین راه حل‌های ارائه شده بر مبنای برنامه‌ریزی خطی، انعطاف‌پذیری بالای آنهاست. با استفاده از این قابلیت و به عنوان نمونه با تعمیم راه حل ارائه شده در مرحله قبل به بررسی امکان مدل‌سازی شبکه‌هایی که آنتن‌های آن در یک لحظه قادر به ارسال و دریافت داده ها بطور همزمان می‌باشند، تنها کاری که لازم است انجام دهیم حذف قید سوم است، نیز برای جلوگیری از تداخل در ارسال و دریافت روی

با توجه به اینکه آتن بطور همزمان نمی‌تواند هم ارسال و هم دریافت داشته باشد ولی ممکن است چند ارسال و یا چند دریافت را بطور هم‌زمان انجام دهد، قید سوم بیان می‌دارد: مجموع شاره ورودی به طیف ۱ از گره ۱ بعلاوه مجموع شاره خروجی از طیف ۱ از ۱ (برای هر  $m$  و  $i$  و برای هر  $j$ ) باید نابیشتر از ۱ باشد.

قید چهارم زمانی ۱ می‌شود که ارتباط  $(i,j)$  در داخل طیف ۱ ام گره ۱ باشد.

شرط پایانی نیز به این معناست که جریان از هر گره به گره دیگر بزرگتر یا مساوی صفر است.

در ظاهر به نظر می‌رسد که به یک راه حل بر مبنای برنامه‌ریزی خطی رسیده‌ایم و بنابراین یک راه حل چند جمله‌ای برای مسئله پیدا شده است. اما یک نکته کاملاً ظرفی در اینجا وجود دارد که باعث می‌شود مسئله تبدیل به یک مسئله  $Np-hard$  شود و آن نکته این است که در اینجا متغیرها برای گرفتن مقدار آزاد نیستند و فقط می‌توانند از دامنه اعداد صحیح انتخاب شوند و همین امر مسئله را تبدیل به یک مسئله برنامه‌ریزی اعداد صحیح مخلوط کرده است.

#### ۴- ارائه راه حل دقیق

همانطور که در بخش قبل مشاهده شد برای حل مسئله جریان در شبکه‌های حسگر از مسئله بیشینه جریان استاندارد شروع شده و محدودیت‌های شبکه‌های مورد نظر به آن اضافه شده است و اینکه آیا شرط مرتبط با مسئله بیشینه جریان استاندارد در این مسئله صادق است یا نه بررسی نشده و حدائق می‌توان گفت به مسئله با یک نگاه دقیق نظر شده است. و حتی با درنظرگیری روش‌های به اشتراک‌گذاری پهنهای باند مانند اشتراک زمانی<sup>۱</sup> هم شرایط بهتر نمی‌شود.

با کمی دقیق می‌شویم که شرط اول در راه حل ارائه شده به ظاهر با بقیه (عدم ارسال و دریافت همزمان در یک گره) منطبق نیست و نیز تعریف دقیقی برای جریان ارائه نشده است. این مشکلات به این دلیل است که یکی از شرط مسئله بیشینه جریان استاندارد در اینجا مصدق ندارد و آن هم این است که در مسئله بیشینه جریان استاندارد فرض می‌شود که هیچ‌کدام از گره‌ها دارای حافظه میانی<sup>۱</sup> نیستند و بنابراین بالاجبار تمامی جریان ورودی در هر لحظه باید در همان لحظه خارج شود و بنابراین جمع تمام جریان‌های ورودی و خروجی از آن در هر لحظه برابر صفر خواهد بود. در صورتیکه در شبکه‌های حسگر مورد نظر همانطور که گفته شد در یک لحظه امکان ارسال و دریافت همزمان در یک گره نمی‌باشد. نکته‌ای ضروری که نمی‌توان آن را از یاد برده وجود عنصر زمان است و اینکه در شبکه‌های حسگر هدف از جریان، نرخ جریان می‌باشد.

بنابراین می‌توان تعریف تداخل را با اضافه کردن عنصر زمان به شرط قبلي دقیق کرد و آن شرط را در هر واحد زمانی درنظر گرفت.

های بدون جهت با این روش اشاره نمود که تنها نیاز به قراردهی مقدار ۱ برای تعداد طیف‌هاست.

#### ۸- مراجع

- [1] Cormen, T.H., Leiserson, C.E., Rivest, R.L., Stein, C., “Introduction to algorithms”, second edition.
- [2] Huang, X., Wang, J., Fang, Y., “Achieving maximum flow in interference-aware wireless sensor networks with smart antennas”, Elsevier, 2007.
- [3] Huang, X., Wang, J., Fang, Y., “Interference-Constrained Maximum Flow in Wireless Sensor Networks with Directional Antennas”, Department of Electrical and Computer Engineering, University of Florida, IEEE, 2006.
- [4] Kumar, V.S.A., Marathe, M.V., Parthasarathy, S., Srinivasan, A., “Algorithmic Aspects of Capacity in Wireless Networks”, ACM, 2005.
- [5] Alicherry, M., Bhatia, R., Li, L., “Joint Channel Assignment and Routing for Throughput Optimization in Multi-radio Wireless Mesh Networks”, Bell Laboratories, ACM, 2005.
- [6] Brar, G., Blough, D.M., Santi, P., “Computationally Efficient Scheduling with the Physical Interference Model for Throughput Improvement in Wireless Mesh Networks”, ACM, 2006.
- [7] Xue, Y., Li, B., Nahrstedt, K., “Optimal Resource Allocation in Wireless Ad Hoc Networks: A Price-Based Approach”, IEEE Transactions on Mobile Computing, 2006.
- [8] Hou, Y.T., Shi, Y., Pan, J., Midkiff, S.F., Sohraby, K., “Single-Beam Flow Routing for Wireless Sensor Networks”, IEEE, 2005.
- [9] Tang, J., Xue, G., Chandler, C., Zhang, W. “Interference-Aware Routing in Multihop Wireless Networks using Directional Antennas”, Department of Computer Science and Engineering of Arizona State University, IEEE, 2005.

<sup>1</sup> Wireless Sensor Networks

<sup>2</sup> Maximum Flow Problem

<sup>3</sup> Linear Programming (LP)

<sup>4</sup> Directional Antennas

<sup>5</sup> Links

<sup>6</sup> Mixed Integer Programming(MIP)

<sup>7</sup> Maximum Clique

<sup>8</sup> Smart Antenna

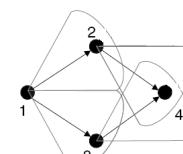
<sup>9</sup> Time Sharing

<sup>10</sup> Buffer

یک طیف از یک آنتن هم می‌توان قیدی با این مفهوم به مدل اضافه نمود: مجموع داده ارسالی از طیف ۱ از آنتن ۱ بعلاوه مجموع داده دریافتی در همان طیف (برای هر ۱ و ۰) باید نابیشتر از ۱ باشد.

#### ۶- بررسی یک مثال

در این قسمت به بررسی یک نمونه ساده‌سازی شده از مسئله دستیابی به حداکثر نرخ شاره در شبکه‌های حسگر می‌پردازم. به عنوان مثال فرض کنید که شبکه موردنظر دارای ساختاری همانند شکل ۲ باشد و هدف بیشینه کردن نرخ شاره در ۴ واحد زمانی باشد.



شکل ۲- ساختار شبکه نمونه

بنابراین با توجه به آنچه در بخش ۴ گفته شد می‌توان مسئله را به فرم زیر به یک مسئله برنامه‌ریزی مخلوط تبدیل کرد.

$$\begin{aligned}
 & \max \quad f \\
 & x_{1,2,0} + x_{1,3,0} + \dots + x_{1,3,3} = f \\
 & x_{2,4,0} - x_{1,2,0} + \dots - x_{1,2,3} = 0 \\
 & x_{3,4,0} - x_{1,3,0} + \dots - x_{1,3,3} = 0 \\
 & x_{2,4,0} - x_{3,4,0} + \dots + x_{3,4,3} = f \\
 & x_{1,2,0} + x_{1,3,0} \leq 1, \quad x_{1,2,1} + x_{1,3,1} \leq 1, \quad x_{1,2,2} + x_{1,3,2} \leq 1 \\
 & x_{1,2,3} + x_{1,3,3} \leq 1, \quad x_{1,2,0} + x_{2,4,0} \leq 1, \quad x_{1,2,1} + x_{2,4,1} \leq 1 \\
 & x_{1,2,2} + x_{2,4,2} \leq 1, \quad x_{1,2,3} + x_{2,4,3} \leq 1, \quad x_{1,3,0} + x_{3,4,0} \leq 1 \\
 & x_{1,3,1} + x_{3,4,1} \leq 1, \quad x_{1,3,2} + x_{3,4,2} \leq 1, \quad x_{1,3,3} + x_{3,4,3} \leq 1 \\
 & x_{2,4,0} + x_{3,4,0} \leq 1, \quad x_{2,4,1} + x_{3,4,1} \leq 1, \quad x_{2,4,2} + x_{3,4,2} \leq 1 \\
 & x_{2,4,3} + x_{3,4,3} \leq 1 \\
 & x_{i,j,k} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, k
 \end{aligned}$$

#### ۷- نتیجه گیری

اولاً همانطور که مشاهده شد بررسی مسئله بیشینه شاره در شبکه‌های حسگر بی‌سیم با آنتن‌های جهت‌دار بدون درنظر گرفتن عنصر زمان ناقص است و ثانیاً با توجه به نوع راه حل ارائه شده و با توجه به قسمت ۵ به سادگی می‌توان با اعمال محدودیتهای مسائل مشابه از این راه حل برای آنها نیز استفاده کرد که از آن جمله می‌توان به مدل‌سازی آنتن