



تاریخ امتحان: ۸۹/۹/۱۱
مدت امتحان: ۲/۵ ساعت

امتحان نهایی از بخش اول ریاضی مهندسی

۲۲ - ۰۳۵

نیمسال اول ۹۰-۸۹

سؤال ۱. فرض کنید $D \subseteq \mathbb{C}$ یک میدان و $f: D \rightarrow \mathbb{C}$ تابعی تحلیلی روی D باشد. هم‌چنین u و v را به ترتیب قسمت حقیقی و قسمت موهومی f در نظر بگیرید: $f = u + iv$. نشان دهید اگر اعداد حقیقی a, b, c موجود باشند که $a^2 + b^2 \neq 0$ و $au + bv = c$ روی D ، آنگاه f تابعی ثابت در D است.

سؤال ۲. نگاشت مویوسی بیابید که میدان $D = \{z \in \mathbb{C} : |z - i| < 1\}$ را به طور همدیس، یک به یک و پوشا بر نیم صفحه چپ $H = \{w \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} w < 0\}$ بنگارد و مبدأ مختصات را بر مبدأ مختصات تصویر کند.

سؤال ۳. فرض کنید f تابعی تام باشد با این ویژگی که برای هر z که $|z| > r$ نابرابری $|f(z)| \leq a|z|^n$ برقرار باشد ($r \geq 0$ و $a > 0$ اعداد حقیقی و n عددی طبیعی است). نشان دهید f یک چندجمله‌ای از درجه حداکثر n است.

سؤال ۴. فرض کنید تابع f با ضابطه $f(z) = \frac{1}{z(z^2+1)}$ داده شده است. سری لوران تابع f را حول مبدأ مختصات روی هر یک از مجموعه‌های باز زیر به دست آورید.

الف) $0 < |z| < 1$ ب) $1 < |z| < +\infty$

سؤال ۵. فرض کنید C مربع با رؤوس $1-i, -1-i, -1+i, 1+i$ و $-1+i$ باشد. با در نظر گرفتن جهت مثبت برای C ، مقدار هر یک از انتگرال‌های زیر را حساب کنید.

الف) $\int_C \bar{z} dz$ ب) $\int_C e^{\frac{1}{z}} \sin z dz$

سؤال ۶. با استفاده از قضایای توابع مختلط، مقدار هر یک از انتگرال‌های زیر را حساب کنید.

الف) $\int_0^{2\pi} e^{e^{ix}} dx$ ب) $\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$

توزیع نمره. سؤال‌های ۱ و ۲: هر کدام ۱۰ نمره، سؤال ۳: ۲۰ نمره، سؤال ۴: هر قسمت ۵ نمره، سؤال ۵: هر قسمت ۱۰ نمره، سؤال ۶: الف) ۱۰ نمره، ب) ۲۰ نمره.

مجموع: ۱۰۰ نمره