



۱. شکل مقابل تعدادی از سطوح تراز تابع f را نشان می‌دهد. میدان گرادیان را به صورت تقریبی روی شکل رسم کنید. با توضیح مناسب، نقاط A, B, C, D را برحسب طول بردار گرادیان آنها مرتب کنید. نقاطی را که در آن میدان گرادیان صفر می‌شود مشخص کرده و برای هر یک توضیح دهید که آیا آن نقطه می‌تواند ماکزیمم موضعی اکید یا می‌نیم موضعی اکید یا نقطه زینی باشد.

۲. فرض کنید $u = e^x$ و $v = e^x + e^y$ ، عبارت $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ را برحسب مشتقات z نسبت به متغیرهای (u, v) بیان کنید.

۳. الف. نشان دهید در نزدیکی نقطه $(x, y, z, w) = (0, 1, 1, 1)$ متغیرهای (y, z) را می‌توان به صورت تابعی مشتق‌پذیر از متغیرهای (x, w) نوشت به گونه‌ای که

$$\begin{cases} w(x^2 + y^2) + (1-w)w = 1 \\ w(x^2 + 4z^2) + (1-w)e^w = 4 \end{cases}$$

ب. مقادیر تقریبی (y, z) را بیابید که $(0.1, y, z, 0.9)$ جواب دستگاه فوق باشد.

۴. در بین نقاط مشترک دو استوانه $x^2 + y^2 = 1$ و $x^2 + z^2 = 1$ نزدیک‌ترین نقطه را به صفحه $3x + 2y + z = 6$ بیابید.

(سوال‌های ۵ و ۶ در پشت برگه)

۵. مقدار انتگرال تابع $f(x, y) = x^4 y^4$ را برای مقادیر در ناحیه زیر به دست آورید.

$$D = \{(x, y) : 0 < x, y, 1 \leq xy^2 \leq 2 \leq x^2 y \leq 3\}$$

۶. مقدار انتگرال زیر را محاسبه کنید.

$$\int_0^1 \int_y^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{x\sqrt{x}} dx dy$$

موفق باشید