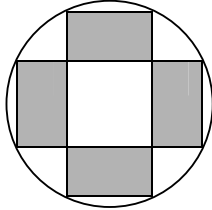


امتحان پایان ترم ریاضی عمومی ۱

دی ماه ۱۳۸۶

مدت امتحان: ۳ ساعت



۱- در دایره‌ای به شعاع یک، دو مستطیل یکسان طوری محاط شده‌اند که قسمت مشترک آنها یک مربع است که مرکز آن بر مرکز دایره منطبق است (مطابق شکل). مقدار ماکزیمم مساحت بخشی که هاشور خورده است را تعیین کنید. (۳ نمره)

۲- مقدار تقریبی $\int_0^1 \sin(x^2) dx$ را به نحوی محاسبه کنید که خطای تقریب کمتر از 10^{-3} باشد. (۲ نمره)

۳- مقدار حد $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{kn}{n^3 + k^3} \right)$ را محاسبه کنید. (۳/۵ نمره)

۴- سطح محصور میان منحنی $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ و محور x ها را حول خط $y = -1$ دوران می‌دهیم، حجم جسم حاصل چقدر است؟ ($a > 0, b > 0, y \geq 0$) (۳/۵ نمره)

۵- همگرایی یا واگرایی انتگرال $\int_0^1 \frac{\ln(1-x)}{x} dx$ را تعیین کنید. (۳ نمره)

۶- مقدار سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{4^n}$ را محاسبه کنید. (۳ نمره)

۷- می‌دانیم برای مقادیر مثبت و کوچک t ، نمودار توابع $y = \ln x$ و $y = tx$ یکدیگر را در دو نقطه قطع می‌کنند. طول نقطه بزرگتر را با z نمایش می‌دهیم، بنابراین z به پارامتر t بستگی دارد و می‌توان نوشت $z = f(t)$. ثابت کنید $\lim_{t \rightarrow 0^+} tf(t) = +\infty$. (۲ نمره)

با آرزوی موفقیت

توجه:

۱- شماره صندلی خود را یادداشت و نزد خود نگه دارید.

۲- نتیجه امتحان روز اول بهمن ماه اعلام خواهد شد.