



۱- یک مثال از عملگر خطی غیرپیوسته بنویسید که نمودار آن بسته باشد (با اثبات جزئیات). بیان کنید که چرا این مثال متناقض با قضیه نمودار بسته نیست.

۲- اگر دنباله  $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$  در فضای نرم‌دار  $X$  همگرای ضعیف به  $x$  باشد، ثابت کنید این دنباله کران‌دار است و

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \|x_n\| \geq \|x\|$$

۳- ثابت کنید اگر  $X \neq \{0\}$  فضای باناخ مختلط باشد و  $T \in B(X, X)$ ، آنگاه  $\sigma(T) \neq \emptyset$ . بیان کنید که در کجای اثبات از تام بودن فضای  $X$  استفاده شده است.