



۱. تابع $f(x) = e^{-ix\alpha}$ را برای مقدار غیر صحیح α در بازه $[0, 2\pi]$ در نظر بگیرید و سری فوریه آن را محاسبه کنید. به کمک آن سریهای عددی زیر را محاسبه کنید.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - \alpha^2}, \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(n + \alpha)^2}$$

۲. نظریه هسته‌های خوب را بیان کنید. نشان دهید چرا نمی‌توان از آن در همگرایی سری فوریه استفاده کرد؟
۳. جمع‌پذیری چزارو را تعریف کنید. اثبات کنید که سری فوریه در نقاط پیوستگی تابع جمع‌پذیر چزارو است.
۴. نشان دهید سری مثلثاتی زیر نمی‌تواند سری فوریه یک تابع انتگرال‌پذیر باشد.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{inx}}{n}$$

۵. اگر دنباله ξ_1, ξ_2, \dots در بازه $[0, 1]$ هم‌توزیع باشد، ثابت کنید برای هر عدد صحیح ناصفر k داریم:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{i\pi k \xi_n} = 0$$

موفق باشید.

۹۶/۸/۸