

۱- اگر X لبه خمینه فشرده W باشد و نگاشت هموار $f : X \rightarrow Y$ به W توسعه پیدا کند، آنگاه $I_2(f, Z) = 0$ برای هر زیر خمینه $Z \subset Y$ که $\dim X + \dim Z = \dim Y$.

۲- نشان دهید کلاف عمودی هر زیرخمینه \mathbb{R}^m ، یک خمینه m بعدی است.

۳- M زیرخمینه \mathbb{R}^n است. نشان دهید تقریباً همه زیرفضاهای برداری l بعدی \mathbb{R}^n به طور تراگذر M را قطع می کنند. (l ثابت است.)

۴- خمینه فشرده و بدون لبه M دارای این خاصیت است که هر نگاشت هموار $f : M \rightarrow M$ دارای نقطه ثابت است. ثابت کنید هر نگاشت پیوسته $f : M \rightarrow M$ نیز نقطه ثابت دارد.

۵- اگر کره S^n به وسیله $n + 1$ مجموعه بسته A_1, \dots, A_{n+1} پوشانده شده باشد، آنگاه حداقل یکی از مجموعه‌های A_i شامل نقاط دو سر یکی از قطرهای کره است.

موفق باشید.

هر سؤال ۲۰ نمره