



۱. اگر تابع $f(z)$ در نقطه $z_0 = x_0 + iy_0$ هلمورف باشد، نشان دهید $F(x, y) = f(x + iy)$ به عنوان یک تابع حقیقی در (x_0, y_0) مشتق پذیر است.
۲. اگر تابع f در داخل، مرز و همسایگی مثلث T هلمورف باشد، ثابت کنید $\int_T f(z) dz = 0$. شرط هلمورفی f در همسایگی T ، کجا استفاده می شود؟
۳. تابع f در همه ناحیه باز Ω به غیر از نقطه z_0 هلمورف است به طوری که f در $\Omega - \{z_0\}$ کراندار می ماند. ثابت کنید z_0 یک تکینگی رفع شدنی است.
۴. ابتدا نشان دهید معادلات کوشی-ریمان برای تابع $f(x + iy) = \sqrt{|x||y|}$ در مبدأ صدق می کند. سپس بررسی نمایید که این تابع در آنجا هلمورف نیست.
۵. نشان دهید اگر تابع f در یک مجموعه باز شامل دیسک بسته واحد، غیر ثابت و هلمورف باشد و $|f(z)| = 1$ هرگاه $|z| = 1$ آنگاه تصویر f شامل دیسک واحد است.
۶. مقدار انتگرال زیر را به دست آورید.

$$\int_0^{\infty} \frac{(\ln x)^2}{x^2 + 1} dx$$

موفق باشید.