

۱- مسأله زیر را به روش اصل دوهمال حل کنید.

$$u_{tt} = u_{xx} + xt \quad 0 < x, t$$

$$u(x, 0) = x, \quad u_t(x, 0) = 1$$

$$u(0, t) = \sin t$$

۲- جواب معادله لاپلاس را در ناحیه زیر با شرایط مرزی داده شده به دست آورید.

$$u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0 \quad r < 1, \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$u(1, \theta) = 1 \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$u(r, 0) = r, \quad r < 1$$

$$u(r, \frac{\pi}{2}) = 0 \quad r < 1$$

۳- یک جواب برای مسأله زیر پیدا کنید.

$$u_t - u_{xx} + 2tu = \delta(x-1) \quad 0 < x, t$$

$$u_x(0, t) = t, \quad 0 < t$$

$$u(x, 0) = e^{-x}, \quad 0 < x$$

۴- مسأله زیر را به کمک تبدیلات اشتروم-لیوویل حل کنید.

$$u_t = u_{xx} + 2u_x + x + t, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t$$

$$u(0, t) + u_x(0, t) = t, \quad 0 < t$$

$$u(1, t) = t, \quad 0 < t$$

$$u(x, 0) = x, \quad 0 < x < 1$$

هر سؤال ۲۵ نمره دارد.

موفق باشید.