بنام خدا

جلسه اول و دوم

فصل اول - مقدمه‌ای بر علم مکانیک

سرفصل مطالب :

- تاریخچه‌ای کوتاه از مکانیک
- مفاهیم پایه‌ای در مکانیک
- کمیت‌های مورد استفاده در مکانیک
- قوانین نیوتن
- سیستم واحدها
- مفهوم گشتاور نیرو

- مکانیک، علمی است که به توصیف و تحلیل حرکت اجسام تحت اثر نیروهای وارد بر آن‌ها می‌پردازد.

تاریخچه‌ی کوتاه :

- ارسطو Aristotle (384 - 322 B.C.) ، هر حرکتی را به واسطه‌ی نیروی وارد بر جسم می‌دانست ! اصول او در مورد حرکت مستقیم الخط با سرعت ثابت نادرست بود.

- ارشمیدس Archimedes (287 - 212 B.C) : دارای اصول اهرم‌ها و نیروهای شناوری.

- گالیله Galileo (1564-1642) : ارائه اولین فرمولاسیون در زمینه‌ی استاتیک - رد نظریه ارسطو - تحقیقات گسترده پیرامون اجسام.

- نیوتن Newton (1642-1727) : تدوین فرم دقیق معادلات حرکت با بهره‌گیری از مشاهدات گالیله (و البته) نبوغ خود!

* مفاهیم پایه‌ای در مکانیک : فضا، زمان، جرم، نیرو (در مکانیک نیوتنی، این مفاهیم مطلق فرض شده و مستقل از یکدیگرند. تعریف مستقیم این مفاهیم کار دشواری است و معمولاً با درک شهودی و کمی به پذیرفته می‌شوند.)

- جرم (mass) : اندازه‌ی کمی جسم یا به عبارتی مقاومت آن در برابر تغییر سرعت.

- نیرو (Force) : اثر یک جسم بر روی جسم دیگر (در اثر تماس مستقیم و یا بدون تماس مستقیم).
نیرو عامل دارد یا جسم را در جهت اعمال شدش به حرکت در آورد.

* اجسام مورد بررسی :

1- ذره (Particle) : جسمی با ابعاد ناچیز در جرم آن در یک نقطه متمرکز شده است.

2- جسم صلب (Rigid Body) : جسمی که ما بین تمامی نقاط (در طول حرکت و یا در حال اعمال نیرو به آن)، فاصله ثابت باشد.

در استاتیک عمدتاً با این دو نوع جسم سروکار داریم.

3- اجسام تغییرشکل پذیر (Deformable Body) : جسمی با مشخصاتی خاص در اثر اعمال نیرو تغییر می‌کند.

* کمیت‌های مورد استفاده در مکانیک :
  - اسکالر (جرم، انرژی، زمان)
  - برداری
  - تانسوری

- بردارها : کمیت‌هایی که علاوه بر اندازه، جهت نیز دارند و از قواعد جمع برداری تبعیت می‌کنند

*انواع بردارها :

1- بردار آزاد (Free Vector) : برداری که اثر آن به یک خط واحد در فضا محدود نشود و می‌تواند به موازات خود، به هر نقطه‌ای منتقل شود، در حالی که کمیت مورد بررسی تغییر نکند.

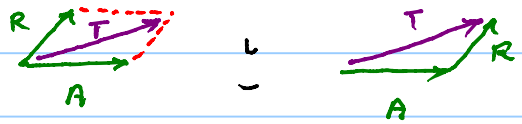
2- بردار لغزنده (≡ مماس اسکالر) (Sliding Vector) : برداری است که خط اثر آن ثابت است، نقطه واحدی برای اثر آن وجود ندارد. این بردارها می‌توانند در راستای خود منتقل شوند. (مثل نیروی وارد بر اجسام صلب)

3- بردار ثابت (Fixed Vector) : برداری که نقطه اعمال واحد داشته و مماس لغزش و یا انتقال را ندارد؛ این بردار باید در محل اثر خود وارد شود، در غیر این صورت کمیت مورد بررسی تغییر می‌کند. (مثل نیروی وارد بر اجسام تغییرشکل پذیر)

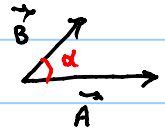
* عملیات برداری :

۱- جمع دو بردار (روش متوازی الاضلاع و مثلث) :

$\vec{A} + \vec{R} = \vec{T}$:



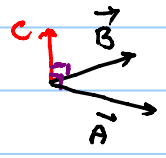
۲- ضرب داخلی (حاصل اسکالر است)



$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}| \cos\alpha$ (α : زاویه‌ی کوچکتر بین ابتدای دو بردار)

$\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$
$\vec{B} = (b_1, b_2, b_3)$ $\Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

۳- ضرب خارجی (حاصل بردار است)



$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$

$|\vec{C}| = |\vec{A}|\,|\vec{B}| \sin\alpha$

اندازه : عمود بر صفحه دو بردار
جهت : طبق قانون دست راست

- بردار واحد (اورت) : برداری با طول واحد در جهت بردار مورد بررسی

$\vec{A} = |\vec{A}|\,\hat{e}_A \Rightarrow \hat{e}_A = \dfrac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = (\cos\theta_1, \cos\theta_2, \cos\theta_3)$

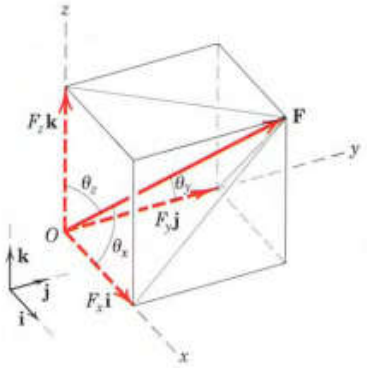
θ_i ها ، زوایای بردار مورد بررسی با جهت‌های مثبت محورها هستند.

خاصیت :

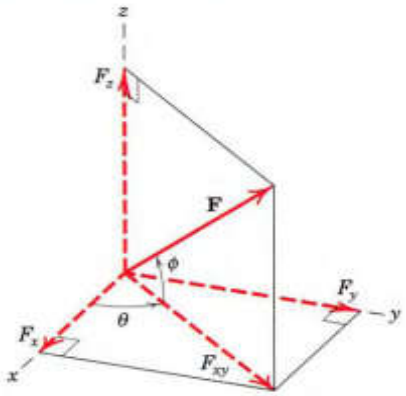
$\cos^2\theta_1 + \cos^2\theta_2 + \cos^2\theta_3 = 1$

$|\vec{A}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

* بلس بردارها :

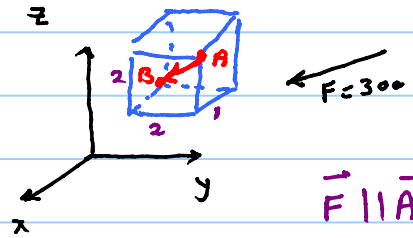


$$F_x = F\cos\theta_x \qquad F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$
$$F_y = F\cos\theta_y \qquad \mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}$$
$$F_z = F\cos\theta_z \qquad \mathbf{F} = F(\mathbf{i}\cos\theta_x + \mathbf{j}\cos\theta_y + \mathbf{k}\cos\theta_z)$$



$$F_x = F\cos\phi\cos\theta$$
$$F_y = F\cos\phi\sin\theta \Rightarrow \vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$$
$$F_z = F\sin\phi$$

- مثال : اگر $\vec{F}$ با $\vec{AB}$ موازی باشد، بردار $\vec{F}$ را بیابید.



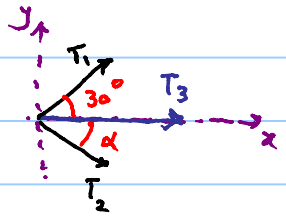
$$\vec{F} \parallel \vec{AB} \Rightarrow \hat{e}_F = \hat{e}_{AB}$$

$$\hat{e}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} = \frac{(-1,-2,-2)}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}} \Rightarrow \hat{e}_{AB} = \left(\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right)$$

$$\vec{F} = |\vec{F}|\,\hat{e}_F = 300\left(\frac{-1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right) \Rightarrow \vec{F} = (-100, -200, -200)$$

$$= -100\hat{i} - 200\hat{j} - 200\hat{k}$$

مثال: مجموع دو بردار نامعلوم $\vec{T_1}$ و $\vec{T_2}$، بردار معلوم $\vec{T_3}$ می‌باشد. اگر زاویه‌ی T_1 با محور xها، 30° و زاویه‌ی $\vec{T_3}$ با محور xها، صفر باشد، به ازای چه αای، اندازه‌ی T_2 مینیمم است؟ در این حالت اندازه‌ی T_1 چقدر است؟



$$\vec{T_1}+\vec{T_2}=\vec{T_3}$$

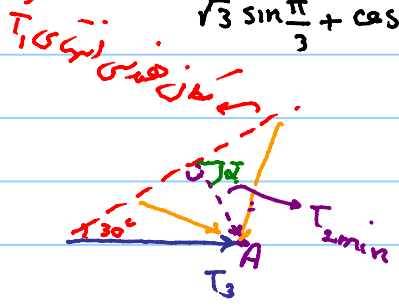
$$\Rightarrow (T_1\cos 30^\circ i + T_1\sin 30^\circ j)+(T_2\cos\alpha i - T_2\sin\alpha j)=T_3 i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}T_1 + T_2\cos\alpha = T_3 \quad (1) \\ \frac{1}{2}T_1 - T_2\sin\alpha = 0 \Rightarrow T_1 = 2T_2\sin\alpha \quad (*) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(*)} \sqrt{3}T_2\sin\alpha + T_2\cos\alpha = T_3 \Rightarrow T_2 = \frac{T_3}{\sqrt{3}\sin\alpha+\cos\alpha}$$

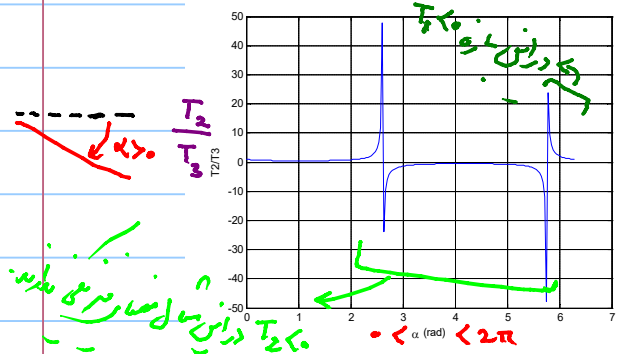
$$\frac{d}{d\alpha}T_2 = 0 \Rightarrow \frac{-T_3(\sqrt{3}\cos\alpha-\sin\alpha)}{(\sqrt{3}\sin\alpha+\cos\alpha)^2}=0 \Rightarrow \boxed{\tan\alpha=\sqrt{3} \Rightarrow \alpha=\frac{\pi}{3}}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{T_3}{\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{3}} \Rightarrow \boxed{T_2=\frac{T_3}{2}} \Rightarrow T_1 = 2T_2\sin\frac{\pi}{3} \Rightarrow \boxed{T_1=\frac{\sqrt{3}}{2}T_3}$$

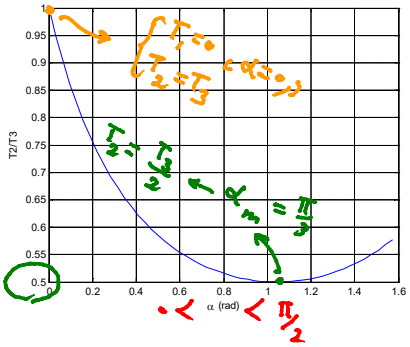


روش دوم: انتهای T_1 روی خط چین قرمز رنگ واقع است.

بنابراین کمترین مقدار T_2، فاصله‌ی نقطه‌ی A تا خط چین است. بنابراین $\alpha=60^\circ$ خواهد بود. (لازم به ذکر است که در بردارهای تاریخی رنگ می‌توانید نحوه‌ی T_2 را بیابید.)



$\Rightarrow$ حدود α: $[0, \frac{5\pi}{6})$



سوال: نیروی برآیند T_2 مقدار مشخصی یافت اگر بخواهیم به صفر برسد؟!

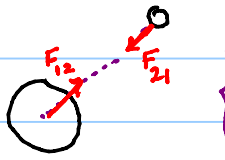
* قوانین نیوتن:

۱- قانون اول: یک جسم (≡ ذره) در حال سکون باقی می‌ماند و یا با سرعت ثابت (بدون جهت) (بدون تغییر جهت) به حرکت خود ادامه می‌دهد، اگر برآیند نیروهای وارد بر آن، صفر باشد.

2- قانون دوم: شتاب یک ذره متناسب است با بردار نیروی برآیند وارد بر آن ذره و در جهت همان نیروی برآیند است.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

3- قانون سوم: برای هر عملی، عکس‌العملی است مساوی با آن و در خلاف جهت آن که در همان خط رخ می‌دهد. (collinear: هم‌خط)



$$\begin{cases} |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{12}| \\ \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \end{cases}$$ ← در جهت نیروی متقابل

- قانون سوم، برای تمام نیروها، صرف‌نظر از منشأ آن و در هر لحظه‌ای صادق است.

در این درس، تمرکز ما بر روی قوانین اول و سوم است. این قوانین بعداً در درس مکانیک ۱ مورد بررسی قرار می‌گیرند.

* سیستم واحدها:

	SI	انگلیسی
جرم	kg	slug
طول	m	ft
زمان	s	sec
نیرو	$N = \frac{kgm}{s^2}$	lb

- در SI ، اندازه‌گیری کمیت‌ها مستقل از محل اندازه‌گیری است.

موارد خواسته :

$$1\ \text{slug} = 1\ \frac{\text{lb}}{\frac{\text{ft}}{\text{sec}^2}} = 1\ \frac{\text{lb}\cdot\text{sec}^2}{\text{ft}}$$

شتاب ثقل $g = 9.81\ \frac{m}{s^2} \equiv 32.17\ \frac{\text{ft}}{\text{sec}^2}$

$$1\ \text{kg} \equiv 9.81\ \text{N} \equiv 2.2\ \text{lbf}$$

$$1\ \text{lbf} \equiv 1\ \text{lbm} \equiv 4.45\ \text{N} \equiv 0.454\ \text{kg}$$

$$1\ \text{slug} \equiv 32.2\ \text{lbm} \equiv 143.2\ \text{N} \equiv 14.61\ \text{kg}$$

$$1\ \text{in} \equiv \frac{1}{12}\ \text{ft} \equiv 2.54\ \text{cm}$$

سئوال : فشار یک ظرف $1300\ \text{psi}\ (\equiv \frac{\text{lb}}{\text{in}^2})$ است. این فشار چند پاسکال است؟

$$1300\ \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \times \frac{1\ \text{in}^2}{(2.54\ \text{cm})^2} \times \frac{(100\ \text{cm})^2}{1\ \text{m}^2} \times \frac{4.45\ \text{N}}{1\ \text{lb}} = 89.7 \times 10^5\ \text{Pa}$$