

به نام خدا

تاریخ چهارشنبه ۱۹ فروردین ۱۳۸۸

امتحان میان ترم
مدت: ۳ ساعت

احتمال و کاربرد آن

۱ الف) روی 7 کارت حروف: ف، ر، و، ر، د، ی، ن نوشته شده اند. کودکی به تصادف این کارتها را کنار همدیگر می گذارد. احتمال اینکه او با این کارتها کلمه فروردین بسازد را به دست آورید.
ب) سه نفر $2n$ ریال را به طور تصادفی بین خود تقسیم می کنند. احتمال اینکه نفر اول و دوم مقدار یکسانی پول دریافت کنند را به دست آورید.
(۳ نمره)
(۸ نمره)

۲ الف) آمارها نشان می دهند که یک نفر در 10^5 نفر به یک بیماری نادر خاص مبتلا می شود. یک آزمایش تشخیص این بیماری وقتی روی یک شخص بیمار انجام می شود با احتمال $\frac{99}{100}$ جواب مثبت می دهد و وقتی روی یک شخص سالم انجام می شود با احتمال $\frac{1}{100}$ جواب مثبت می دهد. احتمال اینکه یک فرد که آزمایش او مثبت گزارش شده است مبتلا به این بیماری باشد را پیدا کنید. از این محاسبه چه نتیجه ای می توان گرفت؟
ب) هر سرباز یک دسته، هدف C را با احتمال $\frac{1}{3}$ مورد اصابت قرار می دهد. حداقل چند نفر از این سربازان باید به طور همزمان به هدف C شلیک کنند تا این هدف با احتمال حداقل $\frac{9}{10}$ مورد اصابت قرار گیرد؟
(۸ نمره)

۳ درستی گزاره های زیر را اثبات یا با ذکر یک مثال نقض رد کنید:
الف) پیشامد های مجزا، مستقل هستند.
ب) پیشامد های مستقل، مجزا هستند.
ج) اگر $(A$ و $B)$ و $(C$ و $A)$ مستقل باشند و $B \cap C = \emptyset$ آنگاه A و $B \cup C$ مستقل هستند.
(۳ نمره)
(۳ نمره)
(۳ نمره)

۴ الف) بنا به آمارهای زلزله نگاری روی یک وب سایت، در یک کشور خاص در 100 سال اخیر 25 زلزله بزرگ رخ داده است. احتمال اینکه در این کشور 3 سال متوالی هیچ زلزله بزرگی رخ دهد را پیدا کنید.
ب) n نفر به یک رستوران می روند. برای پرداختن صورتحساب به صورت زیر عمل می کنند. همگی به طور همزمان سکه ای پرتاب می کنند اگر فردی سکه اش شیر و $n - 1$ نفر دیگر سکه شان خط شود (یا بر عکس)، این فرد صورتحساب را می پردازد. اگر چنین حالتی رخ ندهد پرتاب سکه ها را دوباره تکرار می کنند. به طور متوسط چند بار باید سکه پرتاب کنند تا یک نفر برای پرداختن صورتحساب انتخاب شود (فرض می کنیم همه سکه ها سالم هستند).
(۸ نمره)

۵ الف) X یک متغیر تصادفی دو جمله ای با میانگین 6 و واریانس 2.4 است. $\mathbb{P}(X = 5)$ را محاسبه کنید.
ب) X یک متغیر تصادفی است به طوری که $E(X) = \alpha$ و $V(X) = \beta$. مقادیر $E(X^2 + c)$ و $V(cX + d)$ را محاسبه کنید. c و d مقادیر ثابت هستند).
(۷ نمره)
(۷ نمره)

۶ الف) X یک متغیر تصادفی پواسون با پارامتر λ است. عدد صحیح نامنفی k را در نظر می گیریم. برای چه مقدار λ ، $\mathbb{P}(X = k)$ ماکسیمم می شود؟
ب) X یک متغیر تصادفی هندسی است. s و t اعداد صحیح نامنفی هستند. ثابت کنید: $\mathbb{P}(X > s + t | X > s) = \mathbb{P}(X > t)$. این تساوی را تعبیر کنید.
(۷ نمره)

موفق باشید