

۱ فرض کنید E/K یک گسترش میدانی و $\alpha, \beta \in E$ روی K جبری باشند. فرض کنید f و g به ترتیب چندجمله‌ای‌های مینیمال α و β روی K باشند. نشان دهید f روی $K(\beta)$ تحویل‌ناپذیر است اگر و تنها اگر g روی $K(\alpha)$ تحویل‌ناپذیر باشد.

۲ درجه گسترش $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)/\mathbb{Q}$ را به دست آورید و در اینکه این گسترش نرمال یا غیر نرمال است بحث کنید.

۳ فرض کنید E/K یک گسترش جبری و $\varphi : E \rightarrow E$ یک K -جبر همومورفیسم باشد. نشان دهید φ یک ایزومورفیسم است. با ذکر یک مثال نشان دهید اگر E/K جبری نباشد، این حکم برقرار نیست.

۴ نشان دهید گسترش متعالی $K(X)/K$ دارای تعداد نامتناهی زیرمیدان میانی است.

۵ فرض کنید K یک میدان نامتناهی و E/K یک گسترش میدانی باشد که تعداد متناهی زیر میدان میانی داشته باشد. نشان دهید E/K یک گسترش ساده و جبری است.

۶ نشان دهید هر گسترش جبری یک میدان متناهی، جدایی‌پذیر است.

۷ فرض کنید K یک میدان از مشخصه $p > 0$ و E/K یک گسترش کاملاً جدایی‌ناپذیر از درجه متناهی باشد. نشان دهید $[E : K]$ توانی از p است.

۸ فرض کنید E/K یک گسترش میدانی، $\alpha, \beta \in E^\times$ و m و n دو عدد طبیعی نسبت به هم اول باشند به طوری که $\alpha^m \in K$ و $\beta^n \in K$. نشان دهید $K(\alpha, \beta) = K(\alpha\beta)$ است.

موفق باشید