

۱ از دو قسمت زیر فقط به يك مورد جواب دهید.
الف) مربع های هم اندازه با رنگهای آبی، قرمز، سبز و زرد موجودند. دو طرف این مربع ها هم رنگ هستند. به چند طریق می توان از چسباندن ۲ مربع آبی، ۲ مربع قرمز، ۲ مربع سبز و ۲ مربع زرد يك مستطیل رنگی 2×4 درست کنیم؟ مستطیل های رنگی که با يك تقارن (دوران یا انعکاس) به همدیگر تبدیل شوند یکسان فرض می شوند.
ب) چند نوع مکعب روبیک دست نخورده با رنگهای بنفش، قرمز، سبز، زرد، سفید و سیاه وجود دارد؟ مکعب های روبیکی که با يك حرکت صلب به همدیگر تبدیل شوند یکسان فرض می شوند.

۲ الف) نشان دهید اگر اعداد رمزی $R(p, q-1)$ و $R(p-1, q)$ هر دو زوج باشند آنگاه $R(p, q) \leq R(p, q-1) + R(p-1, q) - 1$.
ب) نشان دهید $R(3, 5) \leq 14$.
ج) می دانیم $R(3, 6) = 18$. نشان دهید اگر یالهای يك گراف ۱۸ راسی کامل را با سه رنگ رنگامیزی کنیم آنگاه این گراف دارای يك خوشه سه راسی هم رنگ خواهد بود.

۳ الف) اگر $n > 1$ فرد و یا بر ۴ بخشپذیر باشد نشان دهید حداقل دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود دارد.
ب) همه چند جمله ای های درجه ۳ تجزیه ناپذیر روی $\mathbb{Z}/2$ را مشخص کرده، روش ساخت میدان ۸ عضوی را با نوشتن اعضای آن و روش جمع و ضرب آن توضیح دهید.
ج) برای کدامیک از اعداد $n = 15, 36, 40, 63$ می توان مطمئن بود که يك خانواده از ۴ مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود دارد؟
د) چگونگی کاربرد مربع های لاتین در طراحی تورنمنت بازی $2n$ نفر با همدیگر در n هفته، مطرح شده در درس، را با ذکر جزئیات کامل بیان کرده و برای ۴ نفر ($n = 2$) طراحی برنامه تورنمنت را ارائه کنید. در طراحی این نوع تورنمنت ها از چه مربع های لاتینی باید استفاده کرد؟ چگونه می توان این نوع مربع های لاتین را ساخت؟

۴ الف) برای کدامیک از اعداد $n = 7^2 \times 5 \times 3^2, 3 \times 7 \times 5^2, 3 \times 5 \times 7$ می توان مطمئن بود که يك صفحه تصویری از مرتبه n وجود ندارد؟
ب) روش به دست آوردن يك صفحه تصویری متناهی از يك خانواده کامل از مربع های لاتین از مرتبه n را توضیح دهید. روش خود را برای حالت $n = 4$ اجرا کنید.

موفق باشید